

Título de la Presentación	Equivalencia Actuarial entre Planes de Seguros Universales y Planes Tradicionales a Prima Nivelada
Autor	MELINSKY, Eduardo
Organización	<ul style="list-style-type: none"> • Consejo Profesional de Ciencias Económicas de la Ciudad Autónoma de Buenos Aires (Argentina) • Instituto Actuarial Argentino
Teléfono	54-11-4312-3543
Fax	54-11-4314-6929
E-mail	edumel@melpel.com.ar
Resumen:	<p>Constituye un tema clásico de la Matemática Actuarial del Seguro de Vida, los aspectos relacionados con Seguros Temporarios, Dotales y Vida Entera, a prima única o prima nivelada, con los aspectos correspondientes a Primas Puras, Primas de Tarifa, Reservas Matemáticas y Valores Garantizados, Esquemas de Participación en las Utilidades.</p> <p>Por otra parte, han surgido los llamados Seguros Universales, con la característica de comportarse como una cuenta de ahorro con créditos por primas e intereses (según distintas modalidades) y débitos por cargo de seguros (y gastos).</p> <p>Este trabajo plantea los aspectos de equivalencia actuarial entre los distintos planes y bajo qué condiciones se logran iguales primas y reservas matemáticas.</p>
Palabras Clave	Seguros de Vida Universal, Seguros de Vida a Prima Nivelada, Primas, Reservas Matemáticas, Cuentas de Acumulación

UNIVERSIDAD DE BUENOS AIRES
Facultad de Ciencias Económicas
Carrera de Actuario

**“EQUIVALENCIA ACTUARIAL
ENTRE PLANES DE SEGUROS UNIVERSALES
Y PLANES TRADICIONALES A PRIMA NIVELADA”**

POR

DR. EDUARDO MELINSKY
Profesor Titular Regular del Área Actuarial
Director de la Carrera de Actuario

Buenos Aires, 2004

INDICE

1. Introducción	4
2. Descripción del Seguro Universal	5
3. Bases Técnicas del Esquema de Capital Adicional	7
4. Bases Técnicas del Esquema de Capital Adicional	11
5. Equivalencia Actuarial	15
6. Comentarios Finales	19
7. Apéndice: Notación	20
Cuadros Anexos I y II	21

1.- Introducción:

Constituye un tema clásico de la Matemática Actuarial del Seguro de Vida, los aspectos relacionados con Seguros Temporarios, Dotales y Vida Entera, a prima única o prima nivelada, con los aspectos correspondientes a Primas Puras, Primas de Tarifa, Reservas Matemáticas y Valores Garantizados, Esquemas de Participación en las Utilidades.

Por otra parte, han surgido los llamados Seguros Universales, con la característica de comportarse como una cuenta de ahorro con créditos por primas e intereses (según distintas modalidades) y débitos por cargo de seguros (y gastos).

El planteo con que nos encontramos es que mientras en el primer caso se presentan Reservas Matemáticas donde individualmente participan los conceptos de intereses financieros y biométricos, en el caso del Seguro Universal sólo participa el concepto de intereses financieros.

Así este trabajo tiene como objetivo plantear las características generales de los denominados “Seguros Universales” y sus relaciones de equivalencia actuarial con los seguros tradicionales.

2.- Descripción del Seguro Universal:

El esquema general de estas coberturas es que se establecen con gran liberalidad, dentro del plazo convenido, relaciones entre primas, capitales asegurados y objetivos de ahorro.

De esta manera se combinan los tres elementos con mayor flexibilidad que en los seguros tradicionales, incorporando además una variable relacionada con el rendimiento proyectado de las inversiones, generando la distinción entre saldos de ahorro garantizados y saldos de ahorro proyectados.

Un factor de técnica aseguradora que restringe el aspecto flexibilidad, es el que corresponde a que los saldos de las cuentas de acumulación no pueden ser negativos, estableciéndose así condiciones de pago de primas mínimas, al menos para atender en su caso a cargos por costo de coberturas y gastos.

Sujeto a las condiciones generales y específicas de cada plan – y sus distintas denominaciones comerciales -, se tiene que sobre la base de la prima estipulada, pudiendo existir valores mínimos y valores sugeridos conforme los objetivos, se establece una cuenta de acumulación a la que se acreditan las primas pagadas, se deducen gastos y cargos por coberturas (básica de muerte y complementarias de: accidente, invalidez, etc.) y se acreditan rendimientos.

Generalmente existen dos cuentas de acumulación, una conforme rendimientos garantizados y otra conforme rendimientos “corrientes” que resultan de la aplicación de una cláusula específica de rentabilidad corriente como ser: de participación en utilidades, colocación de recursos en carteras o fondos de inversión, evolución de tasas de interés en el mercado financiero en la moneda pactada o en una canasta de monedas. Al inicio del contrato se suele presentar a los fines comerciales o a los fines de ejemplificación de la póliza una evolución proyectada de la cuenta de acumulación, que desde ya no se trata de valores garantizados y que debe ser efectuada prudentemente.

En lo referido a valores garantizados, éstos se determinan también en función de los saldos acumulados garantizados o de los corrientes, conforme esquemas habituales del seguro de vida, que no hemos de tratar en este trabajo.

El asegurado o el beneficiario en su caso ha de tener derecho a rescates o pago de siniestros en función del mayor valor que arrojen las cuentas de acumulación.

En lo que respecta a coberturas, en este trabajo tratamos exclusivamente la de muerte, la que en la práctica se presenta conforme dos modalidades típicas:

- Capital Adicional: en caso de fallecimiento se abona la denominada “suma asegurada” más el saldo de la cuenta de acumulación (el mayor valor entre garantizado y corriente)
- Capital Complementario: se complementa el saldo de la cuenta hasta alcanzar la suma asegurada establecida

Como puede observarse el capital expuesto a riesgo de fallecimiento, es constante en el primer caso y variable en el segundo.

Veremos que la modalidad de “Capital Complementario”, es la que más se asocia con los seguros tradicionales, ya sea temporarios o vida entera y dotales.

3.- Bases Técnicas del Esquema de Capital Adicional:

En este acápite desarrollamos las bases técnicas para considerar un plan de seguro de vida universal exclusivamente computando la cobertura de muerte y sobre la base de la definición del importe total a pagar en caso de fallecimiento como Suma Asegurada más Saldo de la Cuenta de Acumulación.

Se parte de un esquema con pago de primas puras constantes al inicio de cada año-póliza y pago de siniestro al fin de cada año póliza. Se analizan así las bases técnicas relacionadas con costo anual de la cobertura de muerte y saldos de la cuenta de acumulación.

Los saldos de las cuentas de acumulación responden al compromiso del asegurador con el asegurado en atención al pago efectuado de primas para atender compromisos futuros y por ende al concepto clásico de reservas matemáticas.

No se incluyen en este análisis aspectos relacionados con recargos, primas de tarifa o valores garantizados, ni los relacionados con el fraccionamiento del pago de la prima.

3.1.- Costo Anual de la Cobertura de Muerte:

$$CACM(x+t-1) = A(x+t-1;0;1) \cdot SA$$

Donde

$CACM(x+t-1)$: Costo de la cobertura anual de muerte conforme con la edad alcanzada “ $x+t-1$ ” al inicio del año póliza, y cobertura entre las edades “ $x+t-1$ ” y “ $x+t$ ”

SA : suma asegurada o capital expuesto a riesgo de muerte

$$A(x+t-1;0;1) = q(x+t-1;0;1) \cdot (1+i)^{-1}$$

$q(x+t-1;0;1)$ = probabilidad anual de muerte para la edad alcanzada “ $x+t-1$ ”, entre las edades “ $x+t-1$ ” y “ $x+t$ ”.

i : tasa de interés técnica anual

t : Plazo, con valores: $t = 1, 2, 3 \dots$

El cargo por la cobertura de muerte que consideramos en este trabajo está en términos puros sin inclusión de recargos.

3.2.- Evolución de la Cuenta de Acumulación Garantizada

Consideramos como punto de partida que la tasa de interés técnica anual está garantizada en el proceso de acumulación, por lo que se tiene:

$$SCAG(x;t;0) = SCAG(x;t-1;1) + P(t) - CACM(x+t-1)$$

$$SCAG(x;t;1) = SCAG(x;t;0).(1+i) = [SCAG(x;t-1;1) + P(t) - CACM(x+t-1)].(1+i)$$

En particular para el primer año-póliza, con $t=1$, se tiene :

Al inicio: $SCAG(x;1;0) = P(1) - CACM(x)$

Al cierre: $SCAG(x;1;1) = [P(1) - CACM(x)].(1+i)$

Donde :

$SCAG(x;t;0)$	Saldo de la Cuenta de Acumulación Garantizada, conforme la edad "x" de contratación, "t" primas pagadas al inicio de cada año, y con fecha de valuación coincidente con la de pago de la prima "t", o sea a la edad "x+t-1"
$SCAG(x;t;1)$	Saldo de la Cuenta de Acumulación Garantizada, conforme la edad "x" de contratación, "t" primas pagadas al inicio de cada año, y con fecha de valuación correspondiente al fin del año-póliza de la prima "t", o sea a la edad "x+t"
$P(t)$	Prima Pura Anual Nro. "t", pagada al inicio del año póliza "t" o sea el momento "t-1"

3.3.- Evolución de la Cuenta de Acumulación Proyectada:

Es práctica en este tipo de seguros, presentar una proyección inicial de la cuenta de acumulación ejemplificando el funcionamiento de la cláusula de rentabilidad corriente.

A los efectos prácticos de este trabajo, consideramos una tasa de interés constante para el cálculo de los intereses períodos que pudieran corresponder por la aplicación de la cláusula de rentabilidad corriente conforme el comportamiento de la cartera de inversiones o indicadores financieros que fueren utilizados

La proyección responde a un ejemplo para ilustrar el funcionamiento de la pólizas respecto de la cláusula de rentabilidad (o participación en utilidades), no constituye un valor garantizado, y corresponde considerar un parámetro de rentabilidad razonable en cuanto a las condiciones o expectativas del mercado de capitales.

De esta manera se tiene:

$$SCAP(x;t;0) = SCAP(x;t-1;1) + P(t) - CACM(x+t-1)$$

con, $SCAP(x;1;0) = P(1) - CACM(x)$

y

$$SCAP(x;t;1) = SCAP(x;t;0) \cdot (1+ip) = [SCAP(x;t-1;1) + P(t) - CACM(x+t-1)] \cdot (1+ip)$$

con, $SCAP(x;1;1) = [P(1) - CACM(x)] \cdot (1+ip)$

Donde :

$SCAP(x;t;0)$ Saldo de la Cuenta de Acumulación Proyectada, conforme la edad “x” de contratación, “t” primas pagadas al inicio de cada año, y con fecha de valuación coincidente con la de pago de la prima “t”, o sea a la edad “x+t-1”.

$SCAP(x;t;1)$ Saldo de la Cuenta de Acumulación Proyectada, conforme la edad “x” de contratación, “t” primas pagadas al inicio de cada año, y con fecha de valuación correspondiente al fin del año-póliza de la prima “t”, o sea a la edad “x+t”.

ip: Tasa de interés anual proyectada

Es importante señalar que el costo de la cobertura de muerte es el mismo en cuanto a valores garantizados y valores corrientes. Adicionalmente cabe notar que en algunos casos las condiciones establecen un esquema de cargos por mortalidad con valores garantizados máximos y valores corrientes mínimos, siendo de aplicación en la evolución del contrato el valor que el asegurador decida aplicar en cada año póliza.

Finalmente en la evolución efectiva de la póliza, el valor “ip”, pasa a ser sustituido por una tasa variable que podemos denominar “ip(t-1,t)”, utilizando la misma fórmula de los saldos proyectados.

3.4.- Relaciones entre Ahorro y Cobertura

La Suma Asegurada representa a la cobertura básica y el saldo de la cuenta de acumulación responde al ahorro disponible para el asegurado o el beneficiario, tanto en caso de fallecimiento como por el vencimiento del plazo.

Los valores de prima mínimos o sugeridos deben ser determinados de manera tal que ningún saldo resulte negativo, y en función de este concepto básico, es posible formular combinaciones entre importes de: prima pura anual , suma asegurada, saldo de la cuenta de acumulación garantizada y saldo de la cuenta de acumulación proyectada

Así tomando como base de cálculo a la tabla de mortalidad C.S.O. 80, una tasa de interés técnica anual del 4% y una tasa de interés proyectada anual del 6%, para un asegurado masculino con edad de contratación de 35 años y un plazo de 30 años, se han elaborado el cuadro siguiente, que responde a variantes del Cuadros Anexo I (Caso 1):

Casos	Prima Pura Anual	Suma Asegurada	Saldo Final Garantizado	Saldo Final Proyectado
1	1.000	100.000	20.373	35.246
2	651	100.000	0	5.976
3	2.365	100.000	100.000	149.648
4	1.773	100.000	65.444	100.000

El primer caso, cuya evolución se detalla en el Cuadro Anexo I, responde a un valor arbitrario de prima pura anual para una suma asegurada de \$100.000.- mostrando que al fin del plazo el asegurado ha de percibir un saldo final de ahorro, conforme saldo acumulado garantizado o corriente el que sea mayor.

El segundo caso resulta comparable con un seguro de vida temporario en cuanto al saldo final garantizado nulo, desde ya este caso difiere en cuanto a que el beneficio total resulta de adicional a la suma asegurada el saldo de la cuenta de acumulación pertinente al fin del año del fallecimiento.

El tercer caso resulta comparable con un seguro dotal en cuanto al saldo final garantizado es igual a la suma asegurada, desde ya este caso difiere en cuanto a que el beneficio total resulta de adicionar a la suma asegurada el saldo de la cuenta de acumulación pertinente al fin del año del fallecimiento.

El cuarto caso también resulta comparable con un seguro dotal en cuanto al saldo final proyectado es igual a la suma asegurada, desde ya este caso difiere en cuanto a que el beneficio total resulta de adicionar a la suma asegurada el saldo de la cuenta de acumulación pertinente al fin del año del fallecimiento y que no está garantizado el pago por supervivencia por el importe de la suma asegurada.

4.- Bases Técnicas del Esquema de Capital Complementario:

En este acápite desarrollamos las bases técnicas para considerar un plan de seguro de vida universal exclusivamente computando la cobertura de muerte y sobre la base de la definición del importe total a pagar en caso de fallecimiento a la Suma Asegurada, como comprensiva del Saldo de la Cuenta de Acumulación (garantizado o corriente) y de un adicional complementario que denominamos Capital Expuesto a Riesgo de Muerte.

En la práctica se suele considerar un esquema con valores mínimos del capital expuesto a riesgo (garantizado o corriente), brindando cobertura de seguro por muerte en todos los años póliza. En este trabajo nos limitamos al concepto de complementariedad estricto.

Se mantienen las características generales señaladas en el acápite anterior.

En particular consideramos:

4.1.- Costo Anual de la Cobertura de Muerte conforme valores garantizados:

En este caso tenemos que :

$$CACMG(x+t-1) = A(x+t-1;0;1) \cdot CEG(x+t-1)$$

El capital expuesto a riesgo en principio resulta de la diferencia entre la suma asegurada y el saldo de la cuenta de acumulación garantizada, siendo importante señalar que el capital expuesto a riesgo no puede ser negativo, por lo que:

$$CE(x+t-1) = \text{Max}[0, SA - SCAG(x;t;1)]$$

Donde adicionalmente a los conceptos ya definidos:

$CACMG(x+t-1)$: Costo Anual de la Cobertura de Muerte Garantizado conforme con la edad alcanzada “ $x+t-1$ ” al inicio del año póliza, en que se abona la prima nro. t (“ x ” edad de contratación y “ $t-1$ ” plazo), conforme con saldos garantizados

$CEG(x+t-1)$ Capital Expuesto a Riesgo de Muerte Garantizado, conforme con la edad alcanzada “ $x+t-1$ ” al inicio del año póliza entre las edades “ $x+t-1$ ” y “ $x+t$ ”

4.2.- Evolución de la Cuenta de Acumulación Garantizada y Capital Expuesto a Riesgo

La fórmula es similar a la del caso anterior pero teniendo presente el costo de la cobertura de muerte para los valores garantizados, así:

$$SCAG(x;t;0) = SCAG(x;t-1;1) + P(t) - CACMG(x+t-1)$$

$$SCAG(x;t;1) = SCAG(x;t;0).(1+i) = [SCAG(x;t-1;1) + P(t) - CACMG(x+t-1)].(1+i)$$

El capital expuesto a riesgo surge de considerar conjuntamente :

$$SCAG(x;t;1) = [SCAG(x;t-1;1) + P(t) - CACMG(x+t-1)].(1+i)$$

$$CEG(x+t-1) = \text{Max}[0, SA - SCAG(x;t;1)]$$

De donde:

$$CEG(x+t-1) = \text{Max}[0, SA - [SCAG(x;t-1;1) + P(t)].(1+i) - SA.A(x+t-1;0;1).(1+i)] / [1 - A(x+t-1;0;1).(1+i)]$$

O bien :

$$CEG(x+t-1) = \text{Max}[0, SA - [SCAG(x;t-1;1) + P(t)].(1+i) - SA.q(x+t-1;0;1)] / [1 - q(x+t-1;0;1)]$$

Donde :

SCAG(x;t;0)	Saldo de la Cuenta de Acumulación Garantizada, conforme la edad “x” de contratación, “t” primas pagadas al inicio de cada año, y con fecha de valuación coincidente con la de pago de la prima “t”, o sea el momento “t-1”
SCAG(x;t;1)	Saldo de la Cuenta de Acumulación Garantizada, conforme la edad “x” de contratación, “t” primas pagadas al inicio de cada año, y con fecha de valuación correspondiente al fin del año-póliza de la prima “t”, o sea el momento “t”

4.3.- Evolución de la Cuenta de Acumulación Proyectado y Capital Expuesto a Riesgo

Sobre la base de los resultados anteriores tenemos:

$$SCAP(x;t;0) = SCAP(x;t-1;1) + P(t) - CACMP(x+t-1)$$

$$SCAP(x;t;1) = SCAP(x;t;0) \cdot (1+ip) = [SCAP(x;t-1;1) + P(t) - CACMP(x+t-1)] \cdot (1+ip)$$

El capital expuesto a riesgo surge de considerar conjuntamente :

$$SCAP(x;t;1) = [SCAP(x;t-1;1) + P(t) - CACMP(x+t-1)] \cdot (1+ip)$$

$$CACMP(x+t-1) = CEP(x+t-1) \cdot A(x+t-1;0;1)$$

$$CEP(x+t-1) = \text{Max}[0, SA - SCAP(x;t;1)]$$

De donde:

$$CEP(x+t-1) = \text{Max}[0, SA - [SCAP(x;t-1;1) + P(t)] \cdot (1+i) - SA \cdot A(x+t-1;0;1) \cdot (1+ip)] / [1 - A(x+t-1;0;1) \cdot (1+ip)]$$

Donde adicionalmente a los conceptos ya definidos:

$CACMP(x+t-1)$: Costo de la cobertura anual de muerte proyectada conforme con la edad alcanzada “ $x+t-1$ ” al inicio del año póliza “ t ”, (“ x ” edad de contratación y “ t ” plazo), conforme con saldos proyectados

$CEP(x+t-1)$ Capital expuesto a riesgo de muerte proyectado, conforme con la edad alcanzada “ $x+t-1$ ” al inicio del año póliza “ t ” entre las edades “ $x+t-1$ ” y “ $x+t$ ”

4.4.- Relaciones entre Ahorro y Cobertura

En este caso la Suma Asegurada representa el importe a pagar por todo concepto en caso de fallecimiento, y en caso de supervivencia al fin del plazo el asegurado ha de recibir el saldo de la cuenta.

Al igual que el punto 3, los valores de prima deben ser determinados de manera tal que ningún saldo resulte negativo, y en función de este concepto básico, es posible formular combinaciones entre importes de: prima pura anual, suma asegurada, saldo de la cuenta de acumulación garantizada y saldo de la cuenta de acumulación proyectada

Tomando las mismas bases de cálculo se ha elaborado el cuadro siguiente, que responde a variantes del Cuadro Anexo II (Caso 5):

Casos	Prima Pura Anual	Suma Asegurada	Saldo Final Garantizado	Saldo Final Proyectado
5	1.000	100.000	27.079	46.373
6	622	100.000	0	6.984
7	2.018	100.000	100.000	148.931
8	1.573	100.000	68.097	100.000

El primer caso de este cuadro, cuya evolución se detalla en el Cuadro Anexo II, responde a un valor arbitrario de prima pura anual para una suma asegurada de \$100.000.- mostrando que al fin del plazo el asegurado ha de percibir un saldo final de ahorro, conforme saldo acumulado garantizado o corriente el que sea mayor, al existir menor cobertura que en el conjunto de los casos anteriores obtenemos mayores saldos finales.

Nuevamente el segundo caso resulta comparable con un seguro de vida temporario en cuanto al saldo final garantizado nulo.

El tercer caso resulta comparable con un seguro dotal en cuanto al saldo final garantizado es igual a la suma asegurada.

El cuarto caso también resulta comparable con un seguro dotal en cuanto al saldo final proyectado es igual a la suma asegurada.

Estos últimos aspectos son tratados en el acápite de equivalencia actuarial.

5.- Equivalencia Actuarial

A los fines de analizar la equivalencia actuarial debe tenerse presente que dentro del marco analizado en los seguros universales existe una equivalencia periódica toda vez que el costo de la cobertura anual es igual al valor actual del importe a pagar en caso de siniestro y el saldo inicial de la cuenta de capitalización es el valor actual del saldo final.

De esta manera cabe verificar en cada caso que:

5.1. Capital Adicional

Desde el punto de vista actuarial, analizamos varios aspectos conforme con:

a) Capitalización Financiera:

Si partimos del esquema tal que

$$SCAG(x;t;1) = [SCAG(x;t-1;1) + P(t) - SA.A(x+t-1;0;1)].(1+i)$$

con $P(t) = P$

Entonces por sustituciones sucesivas se obtiene que :

$$SCAG(x;n;1) = P \cdot \sum_t (1+i)^{n-t} - SA \cdot \sum_t A(x+t;0;1) \cdot (1+i)^{n-t}, \quad t=0, 1, \dots, n-1$$

$$\sum_t (1+i)^{n-t} = \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i} \right] \cdot (1+i) = S(0;n;i), \quad t=0, 1, \dots, n-1$$

b) Prima de Riesgo y Prima de Ahorro:

$$SCAG(x;t;1) = [SCAG(x;t-1;1) + P(t) - SA.A(x+t-1;0;1)].(1+i)$$

$$P(t) = SCAG(x;t;1)/(1+i) - SCAG(x;t-1;1) + SA.A(x+t-1;0;1)$$

$$P(t) = PA(t) + PR(t)$$

Donde la prima nro "t", con pago a la edad "x+t-1", tiene como prima de ahorro "PA(t)":

$$PA(t) = SCAG(x;t;1)/(1+i) - SCAG(x;t-1;1)$$

tal que

$$\sum_t PA(t) \cdot (1+i)^{n-t} = SCAG(x;n;1), \quad t=0, 1, \dots, n-1$$

y prima de riesgo "PR(t)":

$$PR(t) = SA \cdot A(x+t-1;0;1)$$

c) Recurrencia Actuarial:

Si partimos del saldo con “t” primas pagadas, valuado a la edad “x+t”,

$$SCAG(x;t;1) = [SCAG(x;t-1;1) + P(t) - SA.A(x+t-1;0;1)].(1+i)$$

$$SCAG(x;t-1;1) + P(t) = SCAG(x;t;1)/(1+i) + SA.A(x+t-1;0;1)$$

$$SCAG(x;t-1;1)+P(t) = SCAG(x;t;1)/(1+i).p(x+t-1;1) + SA.A(x+t;0;1)+SCAG(x;t;1)/(1+i).q(x+t-1;0;1)$$

$$SCAG(x;t-1;1)+P(t) = SCAG(x;t;1).E(x+t-1;1) + [SA+SCAG(x;t;1)].A(x+t-1;0;1)$$

Con lo que presentamos en términos de cobertura de vida y de muerte que todo saldo inicial más prima debe hacer frente a pago del saldo final en caso de supervivencia más el pago de la suma asegurada y el saldo final en caso de supervivencia.

A su vez podemos expresar que:

$$SCAG(x;t;1) = [SCAG(x;t-1;1)+P(t) - [SA+SCAG(x;t;1)].A(x+t-1;0;1)].E(x+t-1;1)^{-1}$$

Por lo que los sucesivos saldos finales responden a la evolución de una marcha progresiva actuarial, o evolución de la reserva matemática de un seguro de vida, donde el pago en caso de fallecimiento es igual a la suma asegurada más el saldo final o reserva matemática.

d) Actualización Actuarial:

Sobre la base de la recurrencia anterior, conforme la sucesión de coberturas de vida y de muerte, podemos establecer :

$$SCAG(x;t-1;1) = SCAG(x;t;1).E(x+t-1;1) + [SA+SCAG(x;t;1)].A(x+t-1;0;1) - P(t)$$

Luego, para los distintos valores de “t”:

$$SCAG(x;n-1;1) = SCAG(x;n;1).E(x+n-1;1) + [SA+SCAG(x;n;1)].A(x+n-1;0;1) - P(n)$$

$$SCAG(x;n-2;1) = SCAG(x;n-1;1).E(x+n-2;1) + [SA+SCAG(x;n-1;1)].A(x+n-2;0;1) - P(n-1)$$

....

$$|$$

$$SCAG(x;0;1) = 0 = SCAG(x;1;1).E(x;1) + [SA+SCAG(x;1;1)].A(x;0;1) - P(1)$$

Efectuando sustituciones sucesivas, tenemos para:

$$\sum_t E(x;t) .P(t) = \sum_t A(x;t;1) (SA+SCAG(x;t;1)) + E(x;n).SCAG(x;n;1), \quad t=0, 1, \dots, n-1$$

Con $P(t) = P$,

$$P.a(x;0;n) = SA.A(x;0;n) + \sum_t A(x;t;1) SCAG(x;t;1) + E(x;n).SCAG(x;n;1), \quad t=0, 1, \dots, n-1$$

Siendo: $a(x;0;n) = \sum_t E(x;t), \quad t=0, 1, \dots, n-1$

5.2. Capital Complementario

Partimos de la ecuación del saldo de la cuenta de acumulación garantizada, correspondiente a “t” primas pagadas, valuando ello al fin del año de pago de la prima, es decir al momento “t”, o edad “x+t”, tenemos:

$$SCAG(x;t;1) = [SCAG(x;t-1;1) + P(t) - CACMG(x+t)].(1+i)$$

$$CACMG(x+t) = A(x+t;0;1).CEG(x+t) \quad y \quad CEG(x+t) = SA - SCAG(x;t;1)$$

Conceptualmente no dejamos de lado el aspecto que:

$$CEG(x+t) = \text{Max}[0, SA - [SCAG(x;t-1;1) + P(t)].(1+i) - SA.A(x+t;0;1).(1+i)] / [1 - A(x+t;0;1).(1+i)]$$

Reordenando los términos tenemos que :

$$SCAG(x;t;1) = [SCAG(x;t-1;1) + P(t) - [SA - SCAG(x;t;1)]. A(x+t;0;1)].(1+i)$$

$$SCAG(x;t;1) = [SCAG(x;t-1;1) + P(t) - SA.A(x+t;0;1)].(1+i) - SCAG(x;t;1).$$

$$A(x+t;0;1).(1+i)$$

$$SCAG(x;t;1) = [SCAG(x;t-1;1) + P(t) - SA.A(x+t;0;1)].(1+i) - SCAG(x;t;1). q(x+t;0;1)$$

$$SCAG(x;t;1) = [SCAG(x;t-1;1) + P(t) - SA.A(x+t;0;1)].(1+i) / [1 - q(x+t;0;1)]$$

$$SCAG(x;t;1) = [SCAG(x;t-1;1) + P(t) - SA.A(x+t;0;1)].E(x+t;1)^{-1}$$

$$SCAG(x;t;1) = [SCAG(x;t-1;1) + P(t)] . E(x+t;1)^{-1} - SA.A(x+t;0;1).E(x+t;1)^{-1}$$

Donde

$$E(x+t;1)^{-1} = (1+i)^{-1} . p(x+t;1)^{-1}$$

es el factor de capitalización actuarial entre las edades “x+t” y “x+t+1” y por lo tanto las dos últimas ecuaciones representan a las conocidas ecuaciones de recurrencia de Fackler y de Wright para el cálculo de reservas matemáticas de los seguros tradicionales, verificándose que (teniendo presente sobre la base de $P(t) = P$):

$$SCAG(x;n;1) = P.S(x;n;1) - SA. A(x;0;n).E(x;n)^{-1}$$

$$\text{con } S(x;n;1) = a(x;0;n).E(x;n)^{-1}$$

$$a(x;0;n) = \sum_{t=0}^{n-1} E(x;t), \quad t=0, 1, \dots, n-1$$

Luego, sobre la base $P(t) = P$:

1) si $SCAG(x;n;1) = 0$, obtenemos que

$$P = SA . A(x;0;n)/a(x;0;n)$$

que responde a la prima pura nivelada anual del seguro temporario de muerte.

2) si $SCAG(x;n;1) = SA$

$$P = SA \cdot [A(x;0;n) + E(x;n)] / a(x;0;n)$$

Que responde a la prima pura nivelada anual del seguro dotal

3) de esta manera para en estos casos para todo "t", se tiene que

$$SCAG(x;t;1) = V(x;t)$$

$$V(x;t) = SA \cdot [P \cdot a(x+y;0;n-t) - A(x+t;0;n-t)]$$

Es decir que $SCAG(x;t;1)$ responde al concepto de Reserva Matemática de los seguros tradicionales, ya sea por ejemplo temporario, dotal, vida entera, dotal doble capital.

6.- Comentarios Finales

En este trabajo hemos desarrollado las versiones básicas del denominado seguro universal con su perspectiva financiera y enmarcado ello en los aspectos de valuación actuarial.

Los aspectos desarrollados permitirán además analizar cláusulas de ajuste de valores corrientes de ahorro en planes clásicos de seguro de vida, donde la participación en el mayor resultado financiero es reconocido a través de valores de rescate que surgen de saldos de acumulación equivalentes a los considerados para los valores proyectados o corrientes, dando lugar a productos conocidos como de “interés sensible”.

Se ha trabajado con la hipótesis de pago de primas a inicio de año y siniestro a fin de año. Los aspectos de fraccionamiento no alteran la lógica planteada.

Constituye un ejercicio interesante el desarrollo de los programas de cálculo de cada uno de los procesos descritos, en particular en términos de equivalencia actuarial periódica, prima de riesgo y prima de ahorro y la correspondencia de los saldos acumulados garantizados con las reservas matemáticas de los planes de seguro tradicional equivalentes al universal.

APENDICE: Notación

Utilizada

$E(x;n)$

$A(x;o;n)$

$A(x;t;1)$

$a(x;o;n)$

$S(x;n;1)$

Tradicional

$${}_n E_x = \frac{D_{x+n}}{D_x}$$

$$A_{x:n} = \frac{M_x - M_{x+n}}{D_x}$$

$${}_{t/1} A_x = \frac{C_{x+t}}{D_x}$$

$$\ddot{a}_{x:n} = \frac{N_x - N_{x+n}}{D_x}$$

$$S_{x:n} = \frac{N_x - N_{x+n}}{D_{x+n}}$$

SEGURO UNIVERSAL - CAPITAL ADICIONAL			Casos	Prima Pura Anual	Suma Asegurada	Saldo Final Garantizado	Saldo Final Proyectado	CUADRO ANEXO I								
Tasa de interés Técnica		4,00%	1	1.000	100.000	20.373	35.246									
Tasa de interés Proyectada:		6,00%	2	651	100.000	0	5.976									
Datos			3	2.365	100.000	100.000	149.648									
sexo	masculino		4	1.773	100.000	65.444	100.000									
Edad de inicio	x	35														
plazo	n	30														
Edad de cierre	x+n	65														
Capital Asegurado		\$100.000	En caso de fallecimiento el Beneficio Total es la Suma Asegurada más el Saldo de la Cuenta de Capitalización													
Primas Anuales Proyectadas		\$2.365														
Plazo pago de primas:	e.k.	30														
Saldo Final Garantizado	ok	\$100.000	control saldos	verifica la presencia de saldos negativos												
Saldo Final Proyectado	ok	\$149.648	control saldos	verifica la presencia de saldos negativos												
MARCHA PROGRESIVA																
						Valores según rendimiento Garantizado			4,00%			Valores según rendimiento Proyectado			6,00%	
x	Pago de Primas	q(x+t;01)	Capital a Riesgo	Costo Seg.	Saldo Inicial	Intereses	Saldo Final	Ben.Mte.Gar.	Capital a Riesgo	Costo Seg.	Saldo Inicial	Intereses	Saldo Final	Ben.Mte.Proy.		
35	2.365	0,00211000	100.000	203	2.162	86	2.249	102.249	100.000	203	2.162	130	2.292	102.292		
36	2.365	0,00224000	100.000	215	4.399	176	4.574	104.574	100.000	215	4.442	267	4.708	104.708		
37	2.365	0,00240000	100.000	231	6.709	268	6.977	106.977	100.000	231	6.843	411	7.253	107.253		
38	2.365	0,00258000	100.000	248	9.094	364	9.458	109.458	100.000	248	9.370	562	9.932	109.932		
39	2.365	0,00279000	100.000	268	11.555	462	12.017	112.017	100.000	268	12.029	722	12.751	112.751		
40	2.365	0,00302000	100.000	290	14.092	564	14.656	114.656	100.000	290	14.826	890	15.715	115.715		
41	2.365	0,00329000	100.000	316	16.704	668	17.373	117.373	100.000	316	17.764	1.066	18.830	118.830		
42	2.365	0,00356000	100.000	342	19.395	776	20.171	120.171	100.000	342	20.853	1.251	22.104	122.104		
43	2.365	0,00387000	100.000	372	22.164	887	23.051	123.051	100.000	372	24.097	1.446	25.543	125.543		
44	2.365	0,00419000	100.000	403	25.013	1.001	26.014	126.014	100.000	403	27.505	1.650	29.156	129.156		
45	2.365	0,00455000	100.000	438	27.941	1.118	29.059	129.059	100.000	438	31.083	1.865	32.948	132.948		
46	2.365	0,00492000	100.000	473	30.951	1.238	32.189	132.189	100.000	473	34.840	2.090	36.931	136.931		
47	2.365	0,00532000	100.000	512	34.043	1.362	35.404	135.404	100.000	512	38.784	2.327	41.111	141.111		
48	2.365	0,00574000	100.000	552	37.218	1.489	38.706	138.706	100.000	552	42.925	2.575	45.500	145.500		
49	2.365	0,00621000	100.000	597	40.474	1.619	42.093	142.093	100.000	597	47.268	2.836	50.104	150.104		
50	2.365	0,00671000	100.000	645	43.813	1.753	45.566	145.566	100.000	645	51.824	3.109	54.934	154.934		
51	2.365	0,00730000	100.000	702	47.229	1.889	49.118	149.118	100.000	702	56.597	3.396	59.993	159.993		
52	2.365	0,00796000	100.000	765	50.718	2.029	52.747	152.747	100.000	765	61.592	3.696	65.288	165.288		
53	2.365	0,00871000	100.000	838	54.274	2.171	56.445	156.445	100.000	838	66.816	4.009	70.825	170.825		
54	2.365	0,00956000	100.000	919	57.891	2.316	60.207	160.207	100.000	919	72.270	4.336	76.607	176.607		
55	2.365	0,01047000	100.000	1.007	61.565	2.463	64.028	164.028	100.000	1.007	77.965	4.678	82.643	182.643		
56	2.365	0,01146000	100.000	1.102	65.291	2.612	67.903	167.903	100.000	1.102	83.906	5.034	88.941	188.941		
57	2.365	0,01249000	100.000	1.201	69.067	2.763	71.829	171.829	100.000	1.201	90.105	5.406	95.511	195.511		
58	2.365	0,01359000	100.000	1.307	72.888	2.916	75.803	175.803	100.000	1.307	96.569	5.794	102.364	202.364		
59	2.365	0,01477000	100.000	1.420	76.748	3.070	79.818	179.818	100.000	1.420	103.309	6.199	109.507	209.507		
60	2.365	0,01608000	100.000	1.546	80.637	3.225	83.863	183.863	100.000	1.546	110.326	6.620	116.946	216.946		
61	2.365	0,01754000	100.000	1.687	84.541	3.382	87.923	187.923	100.000	1.687	117.624	7.057	124.682	224.682		
62	2.365	0,01919000	100.000	1.845	88.443	3.538	91.981	191.981	100.000	1.845	125.202	7.512	132.714	232.714		
63	2.365	0,02106000	100.000	2.025	92.321	3.693	96.014	196.014	100.000	2.025	133.054	7.983	141.037	241.037		
64	2.365	0,02314000	100.000	2.225	96.154	3.846	100.000	200.000	100.000	2.225	141.177	8.471	149.648	249.648		

SEGURO UNIVERSAL - CAPITAL COMPLEMENTARIO			Casos	Prima Pura Anual	Suma Asegurada	Saldo Final Garantizado	Saldo Final Projectado	CUADRO ANEXO II											
Tasa de interés Técnica		4,00%	5	1.000	100.000	27.079	46.373												
Tasa de interés Projectada:		6,00%	6	622	100.000	0	6.984												
Datos			7	2.018	100.000	100.000	148.931												
sexo		masculino	8	1.515	100.000	63.947	100.000												
Edad de inicio	x	35																	
plazo	n	30																	
Edad de cierre	x+n	65																	
Capital Asegurado		\$100.000	En caso de fallecimiento el Beneficio Total es El Capital Asegurado																
Primas Anuales Projectadas		\$1.515																	
Plazo pago de primas:	o.k.	30																	
Saldo Final Garantizado	ok	\$63.947	control saldos	verifica la presencia de saldos negativos															
Saldo Final Projectado	ok	\$100.000	control saldos	verifica la presencia de saldos negativos															
MARCHA PROGRESIVA																			
					Valores según rentabilidad Garantizada						4,00%			Valores según rentabilidad Projectada			6,00%		
	x	Pago de Primas	q(x+t;01)	Capital a Riesgo	Costo Seg.	Saldo Inicial	Intereses	Saldo Final	Ben. por Fall.	Capital a Riesgo	Costo Seg.	Saldo Inicial	Intereses	Saldo Final	Ben. por Fall.				
35	1.515	0.00211000	98.633	200	1.315	53	1.367	100.000	98.606	200	1.315	79	1.394	100.000					
36	1.515	0.00224000	97.220	209	2.673	107	2.780	100.000	97.139	209	2.699	162	2.861	100.000					
37	1.515	0.00240000	95.764	221	4.073	163	4.236	100.000	95.595	221	4.155	249	4.405	100.000					
38	1.515	0.00258000	94.262	234	5.517	221	5.738	100.000	93.973	233	5.686	341	6.027	100.000					
39	1.515	0.00279000	92.716	249	7.004	280	7.284	100.000	92.268	248	7.295	438	7.732	100.000					
40	1.515	0.00302000	91.124	265	8.534	341	8.876	100.000	90.477	263	8.984	539	9.523	100.000					
41	1.515	0.00329000	89.489	283	10.107	404	10.511	100.000	88.597	280	10.758	645	11.403	100.000					
42	1.515	0.00356000	87.805	301	11.726	469	12.195	100.000	86.621	297	12.622	757	13.379	100.000					
43	1.515	0.00387000	86.075	320	13.389	536	13.925	100.000	84.546	315	14.579	875	15.454	100.000					
44	1.515	0.00419000	84.296	340	15.100	604	15.704	100.000	82.365	332	16.637	998	17.635	100.000					
45	1.515	0.00455000	82.468	361	16.858	674	17.532	100.000	80.073	350	18.799	1.128	19.927	100.000					
46	1.515	0.00492000	80.588	381	18.666	747	19.412	100.000	77.661	367	21.075	1.264	22.339	100.000					
47	1.515	0.00532000	78.654	402	20.525	821	21.346	100.000	75.122	384	23.470	1.408	24.876	100.000					
48	1.515	0.00574000	76.665	423	22.437	897	23.335	100.000	72.448	400	25.993	1.560	27.552	100.000					
49	1.515	0.00621000	74.620	446	24.404	976	25.380	100.000	69.630	416	28.651	1.719	30.370	100.000					
50	1.515	0.00671000	72.516	468	26.427	1.057	27.484	100.000	66.658	430	31.455	1.887	33.342	100.000					
51	1.515	0.00730000	70.355	494	28.505	1.140	29.645	100.000	63.524	446	34.411	2.065	36.476	100.000					
52	1.515	0.00796000	68.136	522	30.639	1.226	31.864	100.000	60.218	461	37.530	2.252	39.782	100.000					
53	1.515	0.00871000	65.860	552	32.827	1.313	34.140	100.000	56.729	475	40.821	2.449	43.271	100.000					
54	1.515	0.00956000	63.526	584	35.071	1.403	36.474	100.000	53.044	488	44.298	2.658	46.956	100.000					
55	1.515	0.01047000	61.132	615	37.373	1.495	38.868	100.000	49.146	495	47.976	2.879	50.854	100.000					
56	1.515	0.01146000	58.674	647	39.737	1.589	41.326	100.000	45.015	496	51.873	3.112	54.985	100.000					
57	1.515	0.01249000	56.147	674	42.167	1.687	43.853	100.000	40.627	488	56.012	3.361	59.373	100.000					
58	1.515	0.01359000	53.545	700	44.668	1.787	46.455	100.000	35.957	470	60.418	3.625	64.043	100.000					
59	1.515	0.01477000	50.863	722	47.247	1.890	49.137	100.000	30.975	440	65.118	3.907	69.025	100.000					
60	1.515	0.01608000	48.095	744	49.908	1.996	51.905	100.000	25.649	397	70.143	4.209	74.351	100.000					
61	1.515	0.01754000	45.237	763	52.657	2.106	54.763	100.000	19.938	336	75.530	4.532	80.062	100.000					
62	1.515	0.01919000	42.283	780	55.497	2.220	57.717	100.000	13.799	255	81.322	4.879	86.201	100.000					
63	1.515	0.02106000	39.225	794	58.438	2.338	60.775	100.000	7.175	145	87.571	5.254	92.825	100.000					
64	1.515	0.02314000	36.053	802	61.488	2.460	63.947	100.000	0	0	94.340	5.660	100.000	100.000					