
RENTES VIAGERES

Mortalité observée parmi les bénéficiaires d'un régime supplémentaire de retraite

Yann RIBOURG
Union Mutualiste Retraite

INTRODUCTION

Après la mise en place de mesures importantes partout en Europe pour tenter de faire face aux enjeux financiers liés au paiement des retraites, les professionnels de l'assurance redécouvrent l'existence d'une solution dédiée totalement à la gestion du risque viager des futurs retraités : la rente viagère. En France, la loi FILLON d'août 2003 a permis de mettre en avant l'idée de fonds de pension à travers la création des PERP et leur sortie obligatoire en rente viagère. Les preneurs de risque que sont les assureurs doivent alors faire face à un dilemme en tant que professionnels de l'assurance : un marché avec un énorme potentiel s'ouvre pour apporter des solutions adaptées et pertinentes autour de la rente viagère, mais en même temps, il faut faire face à la gestion de ce risque bien particulier. Le pilotage à moyen et long terme de ces fonds de pension est particulièrement délicat et repose principalement sur une double gestion de risques : le risque financier (pour faire face à l'inflation) et le risque de mortalité (pour faire face à l'évolution de la longévité).

Concernant le risque de mortalité, la réglementation française impose depuis 1993 l'utilisation de tables prospectives par génération (les TPG 93) pour prendre en compte l'écart de mortalité constaté entre les générations, tables de mortalité issues de l'observation statistique de la population féminine française. Cependant, la question de la pertinence de ces tables se pose dans le cas spécifique d'un fonds de pension. La difficulté d'analyse du risque de mortalité réside dans l'existence de données suffisamment nombreuses et anciennes.

Cette étude propose de faire le point sur le risque de mortalité d'une population de rentiers au sein d'un régime supplémentaire de retraite dont l'objet même est le service d'une rente viagère. Ce régime existe depuis 1949 et possède un portefeuille important de rentiers. La population est constituée en majorité de personnels de l'Education Nationale et peut être considérée comme particulièrement homogène sur le plan de l'origine professionnelle (facteur pouvant fortement influencer le risque de mortalité). Les rentiers sont observés sur la période allant du 1^{er} janvier 1993 au 31 décembre 2004, sur la base d'un échantillon de plus de 113 000 individus.

Après avoir présenté les caractéristiques de ces populations, l'étude s'attache à comparer la mortalité d'expérience par rapport à celle prévue par les TPG 93, notamment par une approche différenciée par sexe.

La création de tables d'expérience par sexe à partir des observations de mortalité permet d'apporter un angle différent dans la comparaison avec les TPG 93, notamment sur le plan de la tarification des rentes viagères.

1 ANALYSE DE LA MORTALITE D'EXPERIENCE

L'observation de la mortalité d'expérience repose sur l'utilisation de l'estimateur non paramétrique de Kaplan-Meier pour déterminer les taux de mortalité. Nous pouvons suivre la chronologie des sorties (en l'occurrence les décès) et le nombre exact de censures et de troncatures. Les fichiers utilisés pour cette étude permettent d'obtenir cette précision, grâce à des observations individuelles et à la gestion exacte des dates. L'intervalle de temps d'observation des individus retenu est la journée pour permettre un raisonnement en quasi continu pour cette estimation des taux de mortalité.

Les estimations du taux de mortalité sont évaluées par âge sans distinction par année de naissance compte tenu des données disponibles.

Dans toute l'analyse, nous allons considérer que la mortalité de référence est celle donnée par les tables réglementaires françaises par génération, les TPG 93. Ces tables sont construites en tenant compte de l'évolution de la mortalité observée à partir des statistiques publiées par l'INSEE entre 1961 et 1987 sur la population féminine française.

L'analyse consiste donc à comparer le nombre observé de décès de la population étudiée avec le nombre attendu de décès avec les tables de référence.

La comparaison est difficile à construire dans la mesure où nous observons la mortalité d'une population sans se soucier de l'année de naissance de l'individu (et donc sa génération d'origine). Les observations sont basées sur le décompte par âge du nombre de décès sur une période d'observation pouvant s'étaler sur plusieurs années.

En parallèle, nous souhaitons comparer la mortalité observée avec celle des tables par génération TPG 93 dans lesquelles il existe une série de taux de mortalité pour chaque génération (chaque année de naissance de 1887 à 1993). Ces tables par génération ont été construites en 1993 et les effectifs L_x ne sont connus qu'à compter de cette année 1993. Autrement dit, seules les observations réalisées à compter de l'année 1993 peuvent faire l'objet d'une comparaison de mortalité avec les tables TPG 93. Observant la période 1993 à 2004 pour la population étudiée, cette difficulté est occultée.

En résumé, pour réaliser une comparaison fiable avec les tables TPG 93, deux facteurs sont à prendre en compte :

- Mesure du nombre théorique de décès à partir de l'effectif observé en appliquant à chaque segment d'individus regroupés par âge et par année de naissance les $q_x^G(TPG93)$ calculés à partir des tables TPG 93. $q_x^G(TPG93)$ est le taux de mortalité théorique pour un individu d'âge x né pendant l'année G .
- Poids des effectifs dans la population observée. En effet, les effectifs observés ne sont pas répartis uniformément par année de naissance et par âge au fur et à mesure des années d'observation. Il s'agit donc de rechercher le nombre théorique de décès sur la base des taux de mortalité $q_x^G(TPG93)$ appliqué exactement à l'effectif de la population observée.

La qualification statistique de la comparaison s'appuie ensuite sur le test statistique du Standardised Mortality Ratio (SMR) en affichant deux résultats :

- Le résultat du SMR lui-même. Un résultat très inférieur à 100% signifie que le nombre observé de décès est très inférieur à celui attendu avec les tables de référence. La population observée décède moins vite que prévue par les tables de référence. A l'opposé, un résultat très supérieur à 100% signifie que le nombre observé de décès est très supérieur à celui attendu avec les tables de référence. La population observée décède plus vite que prévue par les tables de référence.
- L'intervalle de confiance dans lequel se situe 95% des résultats, affichant ainsi la dispersion des résultats.

1.1 Analyse par sexe

La première partie de l'analyse consiste à démontrer les caractéristiques différentes du comportement de la population observée en considérant l'importance de la variable « sexe ». Cet argument est à mettre en regard des tables de références TPG 93 à utiliser par toutes les populations assurées, quel que soit le sexe des individus.

1.1.1 Analyse sur la période observée 1993 - 2004

L'observation de la mortalité s'effectue du 1^{er} janvier 1993 au 31 décembre 2004 pour tous les individus âgés de 56 à 100 ans.

Résultats tous sexes confondus

Au total, le test du SMR s'établit à **86,6%**, soit une **sous mortalité de plus de 13%** en moyenne par rapport aux tables TPG 93.

L'intervalle de confiance à 95% s'établit à [85,1% ;88,1%], soit une faible dispersion des résultats due à notre nombre important de données.

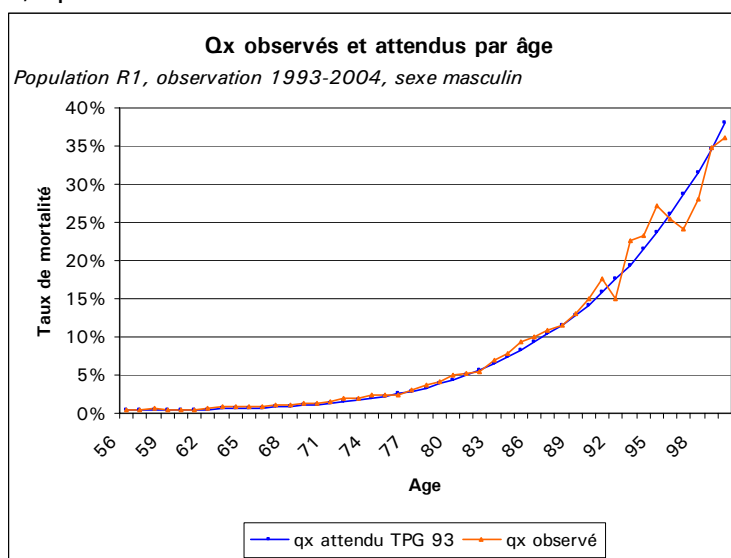
Résultats de la population masculine



Au total, le test du SMR s'établit à 112,8%, soit une surmortalité de plus de 13% en moyenne par rapport aux tables TPG 93.

L'intervalle de confiance à 95% s'établit à [110,1% ;115,6%], soit une plus grande dispersion des résultats par rapport à l'analyse tous sexes confondus.

La comparaison graphique des q_x observés et attendus permet de constater également la même évolution du comportement entre les observations et les résultats attendus. La volatilité augmente cependant de manière significative pour les grands âges, après 92 ans.



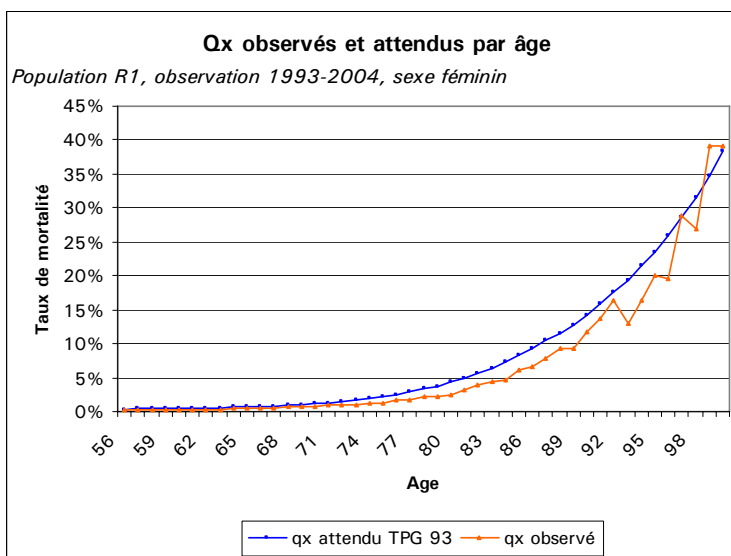
Les résultats sont plus volatils pour tous les âges, en raison des effectifs moins importants (population de plus de 10 000 individus entre les âges 61 et 72 ans seulement). En revanche, une tendance se dégage avec un comportement plus proche des TPG 93 à compter de 77 ans environ et une surmortalité par rapport aux TPG 93 avant l'âge de 77 ans.



Au total, le test du SMR s'établit à 69,3%, soit une sous mortalité de plus de 30% en moyenne par rapport aux tables TPG 93.

L'intervalle de confiance à 95% s'établit à [67,6% ; 71,0%], soit une faible dispersion des résultats, du même ordre que pour l'analyse tous sexes confondus.

La comparaison graphique des q_x observés et attendus permet de constater également la même évolution du comportement entre les observations et les résultats attendus. La volatilité augmente cependant de manière significative pour les grands âges, après 92 ans.

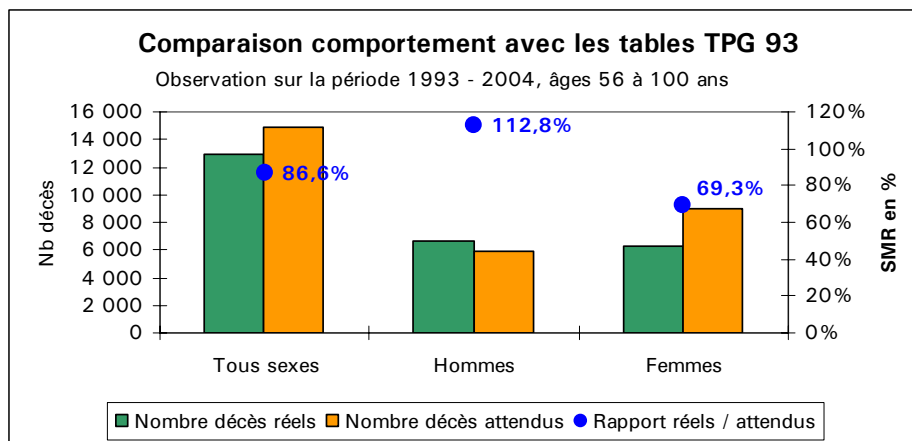


Les résultats sont plus volatils avant 60 ans et à compter de 92 ans, en raison des effectifs moins importants (population de moins de 20 000 individus avant 60 ans et de moins de 1 000 individus après 92 ans). Les résultats sont très stables pour tous les autres âges, même si les effectifs sont parfois peu importants, notamment pour les âges supérieurs à 77 ans (moins de 10 000 individus).

Nous pouvons d'ores et déjà constater que la population féminine observée, quels que soient les âges étudiés, décède moins vite que ce que prévoient les tables TPG 93.

Synthèse des résultats

Le graphique ci-dessous résume l'ensemble des résultats constatés, tous âges confondus en affichant les nombres de décès observés et attendus.



Le comportement des populations masculine et féminine est très différent et conduit respectivement à une surmortalité masculine et à une sous mortalité féminine par rapport aux tables TPG 93.

Le premier facteur d'analyse de la mortalité est bien sûr l'âge de l'individu.



En outre, ces premiers résultats permettent d'affirmer que des tables d'expérience par sexe sont plus adaptées que les tables unisexes, dans la mesure où la proportion des hommes et des femmes peut varier de manière significative d'une population assurée à l'autre.

1.1.2 Evolution par année d'observation

La deuxième approche propose d'observer l'évolution du comportement de la même population par années d'observation, toujours pour les âges 56 à 100 ans. Au lieu de recenser sur toute la période 1993 – 2004 les effectifs soumis au risque décès et le nombre de décès constatés (il s'agit alors de la moyenne des comportements sur toute la période), le même raisonnement est appliqué pour chaque année d'observation. La première période d'observation s'étale du 1^{er} janvier 1993 au 31 décembre de la même année et ainsi de suite jusqu'à la période du 1^{er} janvier 2004 au 31 décembre 2004.

La taille importante de l'échantillon permet de réaliser cette étude, même si les effectifs par année d'observation sont parfois plus réduits.

Le graphique de synthèse par années d'observation de 1993 à 2004 est présenté ci-dessous.

Résultats tous sexes confondus

Sur la période 1993 à 2004, les effectifs sont en croissante augmentation : les générations de cotisants sont de plus en plus nombreuses à demander le bénéfice de la rente viagère. Cette période correspond de plus à celle où les départs à la retraite à 55 ans ont été les plus nombreux chez les personnels de l'Education Nationale, notamment les instituteurs.

Par ailleurs, le régime a connu de nombreuses nouvelles adhésions pendant les années 60 auprès des jeunes instituteurs et professeurs débutant leur carrière.

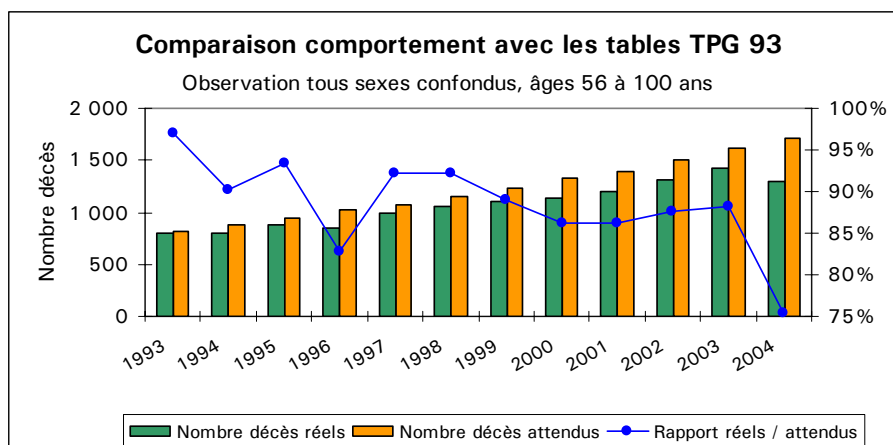
Tous sexes confondus, le nombre observé de décès est toujours inférieur au nombre attendu de décès, confirmant année par année la sous mortalité constatée en moyenne pour l'ensemble de la population.

Cette approche met en évidence l'aggravation de cette sous mortalité tout au long de la période d'observation.

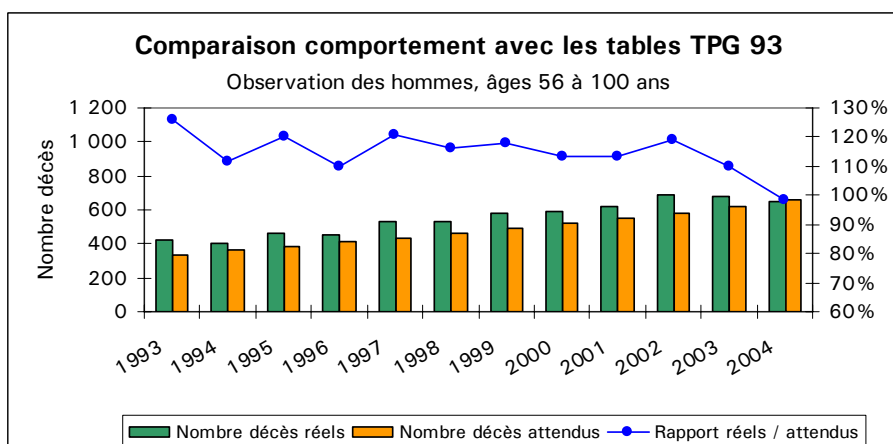
Nous pouvons cependant affirmer que la dernière année d'observation 2004 reste une année exceptionnelle sur le plan de la sinistralité de la population (tout comme l'année 1996). Cette remarque est à mettre en parallèle avec les observations

réalisées par l'INSEE en début d'année 2005 sur l'ensemble de la population française observée en 2004. L'INSEE a effectivement annoncé une année particulièrement exceptionnelle avec un nombre de décès très inférieur par rapport à la moyenne habituelle française¹ (518 000 décès contre 560 100 et 544 100 respectivement en 2003 et 2002, avec une baisse plus marquée pour les plus de 65 ans et plus nette pour les femmes par rapport aux hommes). Il semble donc que la population étudiée ait suivi le comportement de l'ensemble de la population française en 2004. Est-ce un comportement ponctuel après les effets de la canicule de l'année 2003 ou est-ce le début d'une amélioration sensible de la mortalité ? Il est encore trop tôt pour se prononcer au regard des observations disponibles.

Pour la population étudiée, nous pouvons cependant raisonnablement penser qu'il s'agit d'une combinaison des deux explications au vu du comportement affiché depuis 1993, même si l'effet de la canicule ne transparait pas de manière significative sur les résultats.



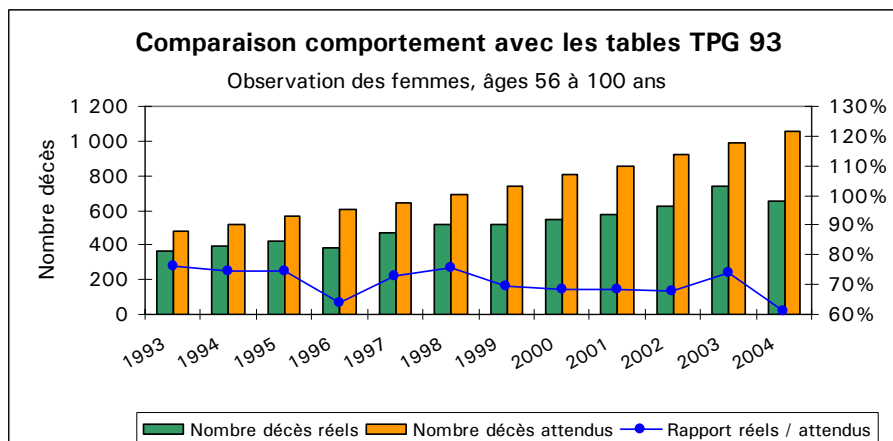
Concernant les hommes, la tendance à la diminution de la surmortalité est également confirmée et la tendance semble plus marquée. En analysant plus précisément les résultats du test SMR par année d'observation, nous constatons que l'amélioration est particulièrement sensible les deux dernières années d'observation (l'année de la canicule et la suivante !). Les années précédentes, l'écart avec les tables TPG 93 est plutôt stable.



Concernant les femmes, l'amélioration de la sous mortalité est plus marquée que chez les hommes avec cependant deux résultats vraiment atypiques se compensant en 1996 (année déjà repérée comme étant atypique lors de l'analyse des variables) et 2003 (impact de l'année de la canicule ?) et, dans une moindre

¹ Source : Bilan démographique 2004 de l'INSEE

mesure l'année 1998. La tendance semble plus faible que pour les hommes, mais affiche une plus grande régularité dans les résultats observés.



Synthèse des résultats



L'observation de la comparaison avec les tables TPG 93 par année d'observation confirme, aussi bien pour les hommes que pour les femmes, une amélioration de la mortalité entre l'année 1993 et l'année 2004. L'année 2004 reste une année singulière avec une très nette amélioration de la mortalité, dans la lignée des observations de l'INSEE pour l'ensemble de la population française.

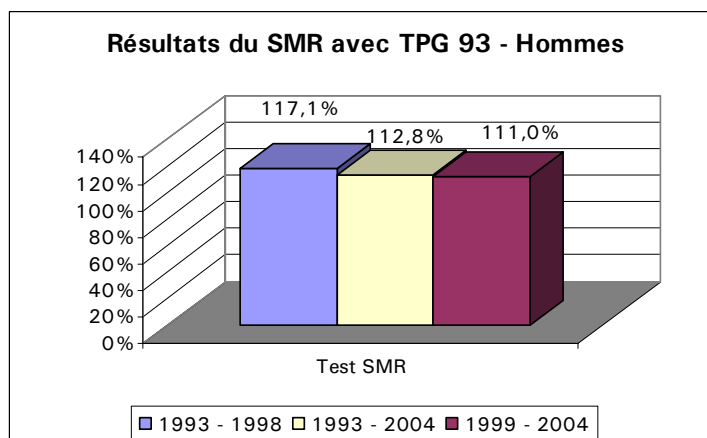
1.1.3 Des paliers de mortalité différents par sexe

Une troisième approche consiste à vérifier la stabilité des résultats en découpant la période observée 1993 à 2004 en deux sous périodes équilibrées en nombre d'années d'observation (mais pas nécessairement équilibrées sur le plan des effectifs observés...) : 1993 – 1998 et 1999 – 2004.

Nous avons déjà démontré que le comportement de la mortalité dépend étroitement de la variable sexe. C'est pourquoi, nous n'étudierons les résultats de cette approche qu'à travers l'observation des populations masculines et féminines. Nous conservons également le même raisonnement avec la comparaison du nombre observé de décès avec le nombre théorique de décès issu des tables TPG 93 (servant toujours de tables de référence). Le test du SMR permet de qualifier les résultats statistiques.

Résultats de la population masculine : un palier de mortalité à 75 ans

Le graphique ci-dessous compare les résultats du test SMR sur chacune des trois périodes d'observation :



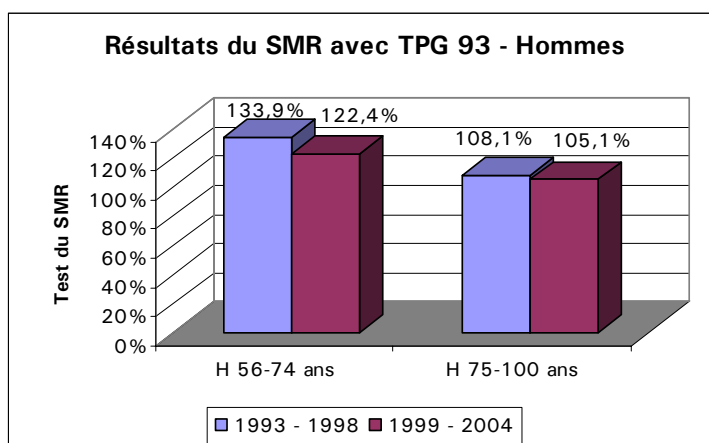
D'un point de vue statistique, il faut ajouter les résultats des intervalles de confiance à 95% pour chacune des périodes :

Périodes	Intervalle de confiance à 95%
1993 – 1998	[112,8% ; 121,5%]
1993 – 2004	[110,1% ; 115,6%]
1999 – 2004	[107,5% ; 114,6%]

Les résultats ne sont pas parfaitement identiques d'un point de vue statistique, principalement en raison de l'évolution de la sinistralité par année d'observation évoquée dans le paragraphe suivant. Cependant, l'écart par rapport aux tables TPG 93 conduit bien entendu à confirmer l'hypothèse de surmortalité de la population masculine.

Observons maintenant l'analyse sous un autre angle. En affichant les résultats du test du SMR par âge sur chacune des deux sous périodes, nous constatons un comportement de la population différent avant et après le palier de 75 ans.

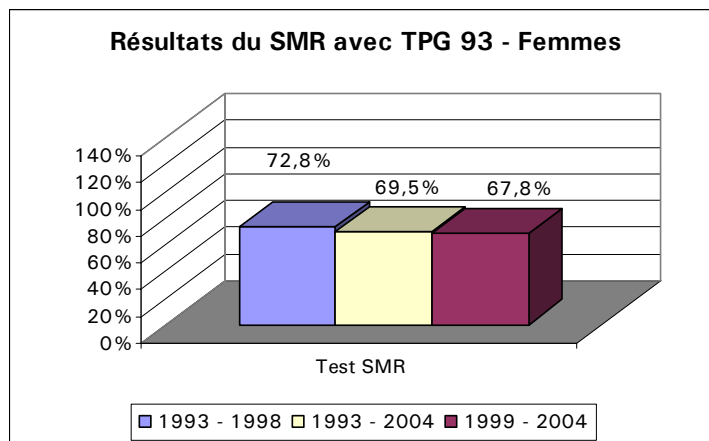
En regroupant les observations sur les tranches d'âge [56 ans ; 74 ans] et [75 ans ; 100 ans], nous obtenons les résultats suivants :



Il existe donc bien une rupture dans le comportement de la population masculine entre les âges 74 et 75 ans se traduisant par une réduction de l'écart avec les tables TPG 93. Pour les grands âges à compter de 75 ans, la mortalité de la population masculine étudiée se rapproche de celle des tables TPG 93. En revanche, entre 56 et 74 ans, la surmortalité est très importante avec un écart d'environ 30%.

Résultats de la population féminine : un palier de mortalité à 87 ans

Le graphique ci-dessous compare les résultats du test SMR sur chacune des trois périodes d'observation :



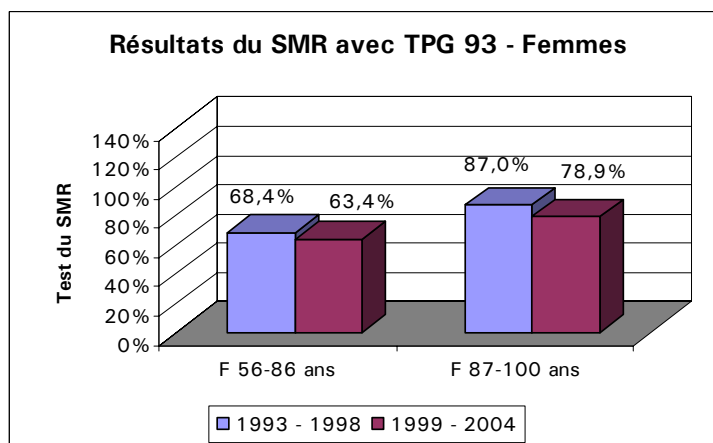
D'un point de vue statistique, il faut ajouter les résultats des intervalles de confiance à 95% pour chacune des périodes :

Périodes	Intervalle de confiance à 95%
1993 - 1998	[70,0% ; 75,6%]
1993 - 2004	[67,8% ; 71,2%]
1999 - 2004	[65,7% ; 70,1%]

Les résultats sont plus probants que pour les hommes d'un point de vue statistique, même si nous retrouvons également l'évolution de la sinistralité par années d'observation évoquée dans le paragraphe suivant.

Tout l'intérêt de cette approche réside de nouveau dans l'affichage des résultats du test du SMR par âge sur chacune des deux sous périodes. Nous constatons, comme pour les hommes, un comportement de la population différent avant et après un palier situé à un âge beaucoup plus avancé, soit 87 ans.

En regroupant les observations sur les tranches d'âge [56 ans ; 86 ans] et [87 ans ; 100 ans], nous obtenons les résultats suivants :





Une rupture dans le comportement de la population féminine entre les âges 86 et 87 ans apparaît, mais de nature totalement opposée à celui constaté chez les hommes. Dans la population féminine, ce palier se traduit par une forte diminution de l'écart avec les tables TPG 93, soit une dégradation importante de la sous mortalité. Pour les grands âges à compter de 87 ans, la mortalité de la population féminine étudiée connaît un écart d'environ 17% avec celle des TPG 93. Entre 56 et 86 ans, la sous mortalité est très importante avec un écart d'environ 35%.



La population présente donc un comportement différent pour les grands âges par rapport à celui anticipé par les TPG 93. Un ajustement de la mortalité est nécessaire pour ces grands âges, différent pour les hommes par rapport aux femmes.

1.2 Analyse par génération

La période d'observation (1993 à 2004) et la taille de l'échantillon de la population étudiée ne permettent pas de réaliser une comparaison significative avec l'approche par génération des tables TPG 93.

Nous allons cependant tenter de répondre à deux interrogations par une analyse partielle par segments de génération :

- Existe-t-il une dérive de la mortalité entre les générations d'individus observés ?
- En supposant que cette dérive existe, est-elle de même nature que celle des tables TPG 93 ?

Pour cela, nous allons suivre le raisonnement exposé ci-dessous.

Segmentation par tranches de génération

Nous segmentons les individus par génération de naissance en créant les tranches suivantes :

- Individus nés avant le 1^{er} janvier 1900, soit la génération [< 1900] ;
- Individus nés entre le 1^{er} janvier 1900 et le 31 décembre 1909, soit la génération [1900 ; 1909] ;
- Individus nés entre le 1^{er} janvier 1910 et le 31 décembre 1919, soit la génération [1910 ; 1919] ;
- Individus nés entre le 1^{er} janvier 1920 et le 31 décembre 1929, soit la génération [1920 ; 1929] ;
- Individus nés entre le 1^{er} janvier 1930 et le 31 décembre 1939, soit la génération [1930 ; 1939] ;
- Individus nés à compter du 1^{er} janvier 1940, soit la génération [≥ 1940].

Tout d'abord, compte tenu des faibles effectifs du premier segment (moins de 1 000 individus), nous l'écartons de cette analyse. Nous avons donc 5 tranches de génération d'individus.

Calcul du nombre observé de décès

Pour chaque tranche d'individus, nous allons calculer le nombre de décès par âge constaté dans la période d'observation, soit $q_{[Gén]_x}^{obs}$, où $Gén$ correspond aux 5 tranches de génération prédéfinies. La période d'observation s'étalant de 1993 à 2004, nous

disposons pour chaque tranche de génération d'individus des informations résumées dans le tableau ci-dessous :

Tranches de génération	Informations sur les âges
[1900 ; 1909]	74 à 104 ans
[1910 ; 1919]	64 à 94 ans
[1920 ; 1929]	56 à 84 ans
[1930 ; 1939]	56 à 74 ans
[\geq 1940]	56 à 64 ans

Il existe donc des recouvrements d'observations par âge entre les tranches de génération. Sur la base de ces recouvrements par âge, nous allons pouvoir comparer le comportement de la mortalité d'une génération à la suivante par le raisonnement suivant :

- Pour les deux générations successives G_i et G_{i+1} , calcul des taux de mortalité observés par âge et du nombre de décès associé.
- En supposant que la génération G_{i+1} suive les taux de mortalité par âge de la génération G_i , nous en déduisons le nombre attendu de décès pour la génération G_{i+1} , par rapport à l'effectif exposé.
- En calculant le rapport entre le nombre réel et le nombre attendu de décès de la génération G_{i+1} , selon les principes du test SMR, nous en déduisons l'écart de mortalité constaté entre les deux générations successives G_i et G_{i+1} .

Ce premier raisonnement permet de répondre à la première interrogation concernant l'écart de mortalité entre les tranches de génération de la population observée.

Calcul du nombre théorique de décès avec les TPG 93

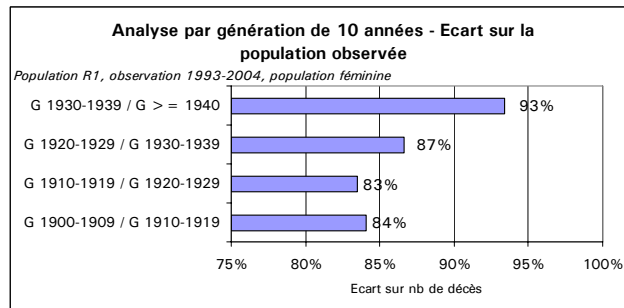
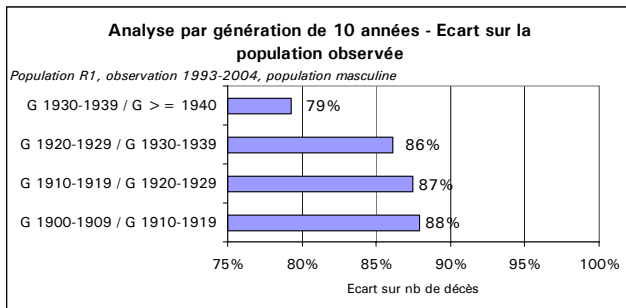
En parallèle, nous calculons le nombre théorique de décès en appliquant sur chaque effectif de la population observée le taux de mortalité des tables TPG 93 déterminé en tenant compte de la double information nécessaire pour utiliser ces tables par génération : l'année de naissance et l'âge dans l'année observée. Nous utilisons en effet les effectifs de la population observée comme base de notre raisonnement pour conserver les caractéristiques propres à cette population et notamment les poids respectifs des effectifs.

Dès lors, nous pouvons suivre le même raisonnement exposé ci-dessous pour comparer d'une tranche de génération à l'autre les résultats issus de l'application des tables TPG 93 :

- Pour les deux générations successives G_i et G_{i+1} , calcul des taux de mortalité attendu avec les TPG 93 par âge et, par déduction, du nombre de décès associé.
- En supposant que la génération G_{i+1} suive les taux de mortalité par âge de la génération G_i (selon les TPG 93), nous en déduisons le nombre de décès attendu avec les TPG 93 pour la génération G_{i+1} , par rapport à l'effectif exposé.
- En calculant le rapport entre les deux nombres attendus, prenant en compte l'écart de mortalité entre les générations prévu par les TPG 93, toujours selon les principes du test SMR, nous en déduisons l'écart de mortalité constaté entre les deux générations successives G_i et G_{i+1} , différentiel complémentaire par rapport aux TPG 93.

Une approche séparant les populations masculine et féminine s'impose pour isoler les différences de comportement.

Pour les deux populations, les résultats sont les suivants :



Nous devons tout d'abord écarter les résultats des générations les plus récentes : les effectifs respectifs des populations masculine et féminine sont faibles et le nombre observé de décès est inférieur à 1 000. Une volatilité plus importante existe et explique vraisemblablement les écarts de mortalité très différents constatés (respectivement 79% et 90% pour les deux populations). Cette volatilité est d'ailleurs confirmée par les intervalles de confiance à 95% des tests SMR affichant une amplitude de l'ordre de 21 à 25 points à comparer aux amplitudes de 9 à 13 points pour les autres générations.

Pour les autres générations, le nombre observé de décès de la génération la plus récente de 10 années est finalement inférieur de 86 à 88% pour les hommes et de 83 à 87% pour les femmes. En comparaison avec les résultats issus du comportement des TPG 93, l'amélioration de la mortalité est plus significative pour les générations les plus anciennes.



En conclusion, l'amélioration de la mortalité par génération est bien constatée pour les deux populations masculine et féminine.

1.3 Comparaison avec d'autres références de mortalité

A l'image de la méthode utilisée pour comparer la mortalité de la population étudiée avec la mortalité de référence issue des tables TPG 93, nous avons étendu la comparaison à d'autres tables de mortalité.

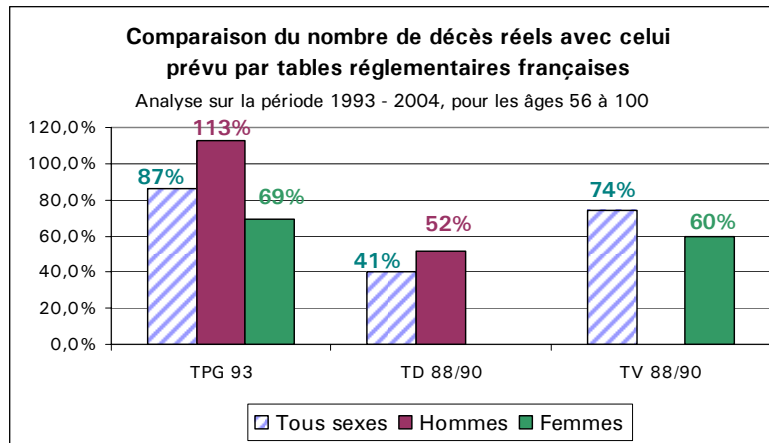
1.3.1 Comparaison avec les tables réglementaires françaises

Nous avons déjà présenté les écarts de mortalité avec les tables réglementaires actuellement en vigueur en France, c'est-à-dire les TPG 93 avec la difficulté de prise en compte du facteur générationnel.

Il nous a semblé également intéressant d'étendre cette comparaison avec les précédentes tables réglementaires françaises, à savoir celles construites sur la base du recensement de l'INSEE sur la période 1988-1990 :

- la table TV 88/90 issue de l'observation de la population féminine et utilisée pour les engagements en cas de vie (objet de notre étude) ;
- la table TD 88/90 issue de l'observation de la population masculine et utilisée pour les engagements en cas de décès.

Le même raisonnement est conservé pour cette approche, à savoir comparer les résultats entre le nombre de décès observé par l'expérience et celui attendu par la table de mortalité de référence. Les résultats sont présentés ci-dessous :



La comparaison avec ces tables réglementaires est plus aisée dans la mesure où elles s'appliquent à toutes les générations. Le principal intérêt réside dans la comparaison par sexe avec la table de référence correspondante.



La mortalité des hommes de la population est inférieure de moitié à celle prévue par la TD 88/90.

La mortalité des femmes de la population est inférieure de 40% à celle prévue par la TV 88/90.

Ce résultat confirme bien évidemment l'utilité de vérifier très régulièrement la pertinence des tables de mortalité réglementaires par rapport aux populations concernées par le risque couvert.

1.3.2 Comparaison avec quelques tables de référence étrangères

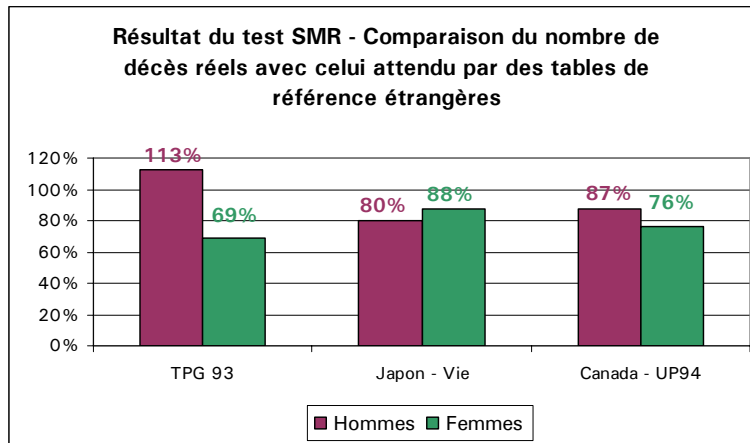
Jusqu'à ce stade, l'étude de la mortalité porte sur une analyse comparative entre la population étudiée principalement constituée d'enseignants français par rapport à l'ensemble de la population française vue à travers les tables réglementaires françaises TPG 93.

Il nous semble également intéressant de comparer la mortalité de la population étudiée à celle d'autres populations étrangères à travers les tables de mortalité utilisées par les professionnels de l'assurance pour des engagements en cas de vie. Nous avons retenu deux sources d'information pour cette comparaison :

- les tables de mortalité canadiennes ;
- les tables de mortalité japonaises.

Ces pays étudient depuis plusieurs années le risque de mortalité et ont construit des **tables spécifiques par sexe pour la gestion du risque viager**.

Les résultats de la comparaison sont présentés ci-dessous, en rappelant pour information celle avec les TPG 93 :



La mortalité des hommes et des femmes de la population est toujours inférieure à celle des tables canadiennes et japonaises, confirmant la spécificité de comportement de cette population. En revanche, les écarts par sexe sont limités lorsque l'on compare avec les TPG 93 : les tables canadiennes et japonaises par sexe sont plus adaptées à la gestion du risque viager.

2 CREATION DE TABLES D'EXPERIENCE

Après avoir isolé et présenté les comportements de la population sur le plan de la mortalité, cette partie a pour objectif de construire des tables de mortalité d'expérience pour ces deux populations et d'analyser leur utilisation dans un portefeuille d'allocataires viagers.

2.1 Périmètre

Nous retenons l'ensemble de la population pour construire les tables d'expérience, soit l'effectif observé sur la période 1993 à 2004.

Nous conservons l'approche différenciée par âge et par sexe pour prendre en compte les comportements spécifiques déjà observés.

Ajoutons également que l'homogénéité de la population sur le plan de la catégorie socio professionnelle (la plupart des individus observés font partie des effectifs de l'Education Nationale) est un atout supplémentaire pour caractériser le comportement de la mortalité. Ce facteur est en effet considéré comme discriminant, notamment démontré par l'étude de G. Desplanques dans son article « l'inégalité sociale devant la mort » réalisée pour le compte de l'INSEE.

2.2 Qualification de la méthode retenue

Disposant de deux méthodes différentes pour le lissage des données, nous devons retenir celle dont les résultats sont les plus pertinents. Prenant comme référence les observations de la population, nous retiendrons la méthode affichant les résultats les plus proches des observations, grâce principalement au test SMR.

Lissage population masculine

Au-delà de 90 ans, les effectifs sont inférieurs à 1 000 dans la population des hommes, rendant peu stable l'affichage des taux de mortalité. Nous retenons donc le segment d'âge [56 ans ; 90 ans] pour le calcul du lissage.

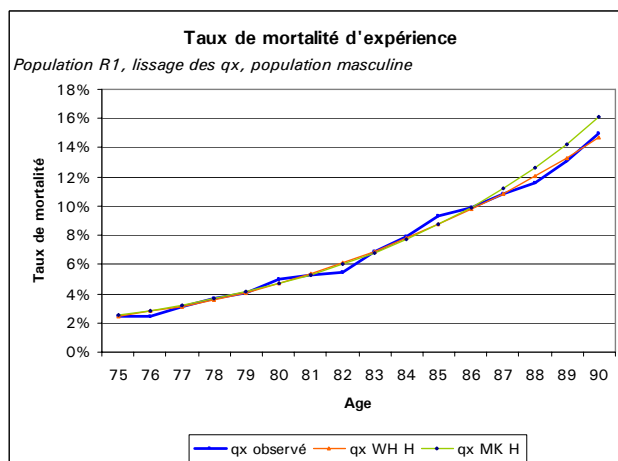
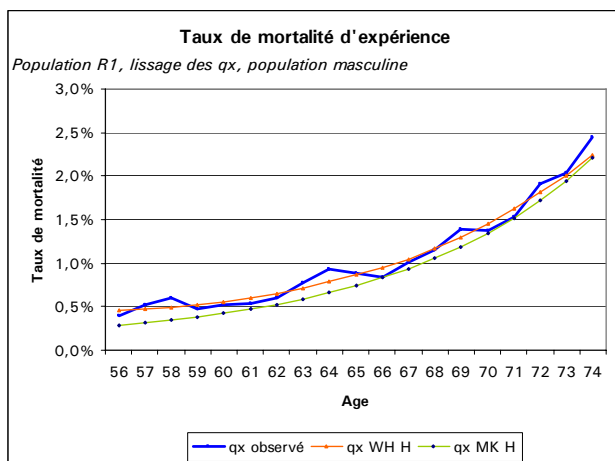
La méthode de Makeham conduit à la définition suivante :

$$q_x = 1 - \exp\left[-a - \frac{b}{\ln(c)} \times c^x \times (c-1)\right] \text{ avec } \begin{cases} a = 8,0225 \times 10^{-4} \\ b = 1,26 \times 10^{-6} \\ c = 1,13977906 \end{cases}$$

Le test SMR ne laisse pas de doute quant à la méthode à retenir : l'ajustement et le lissage par la méthode de Whittaker-Henderson (WH) se rapprochent des observations pour tous les âges modélisés (test égal à 99,9% pour WH contre 104,1% pour Makeham).

Les intervalles de confiance affichent un écart identique d'environ 5 points centrés sur le résultat du SMR.

L'observation graphique des résultats démontre également l'efficacité de cette méthode. La méthode de Makeham présente l'inconvénient de sous-estimer la mortalité pour les âges compris entre 56 et 74 ans et de la surestimer à compter de 87 ans (c'est l'inconvénient de la méthode paramétrique).



Lissage population féminine

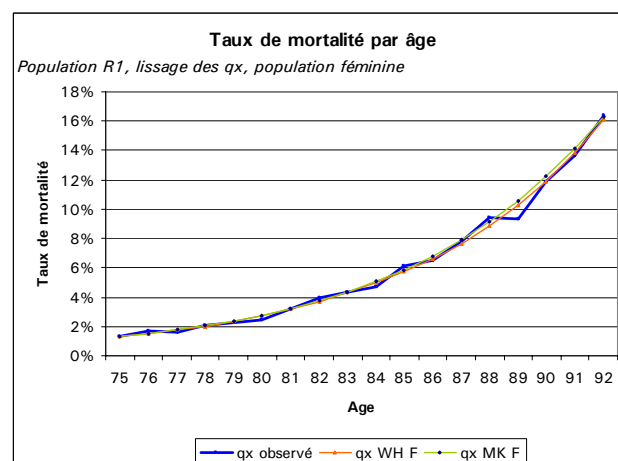
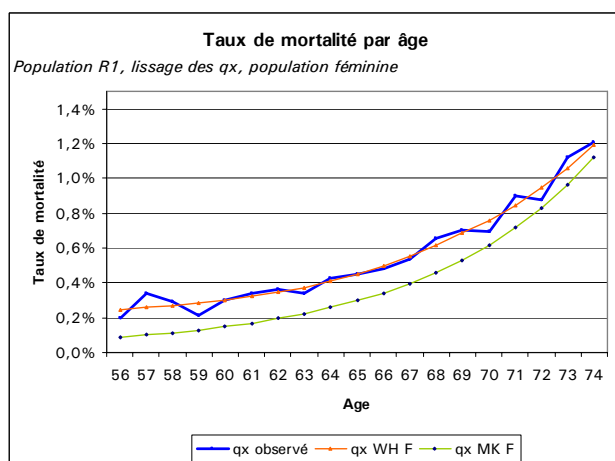
Les effectifs étant plus importants pour la population féminine, nous pouvons examiner le comportement de la mortalité jusqu'à l'âge de 92 ans, en retenant le même critère sur un effectif minimum de 1 000 individus.

La méthode de Makeham conduit à la définition suivante :

$$q_x = 1 - \exp\left[-a - \frac{b}{\ln(c)} \times c^x \times (c-1)\right] \text{ avec } \begin{cases} a = 2,2645 \times 10^{-4} \\ b = 1,1 \times 10^{-7} \\ c = 1,16763718 \end{cases}$$

Pour la population féminine, les résultats du test SMR sont encore plus nets avec un test à 100% pour la méthode Whittaker-Henderson contre 108,4% pour Makeham.

L'observation graphique des résultats permet de constater la difficulté de lissage rencontrée par la méthode de Makeham pour les âges inférieurs à 75 ans :



Conclusion



Pour la population observée sur la période 1993-2004, nous retenons la méthode de Whittaker-Henderson pour la création des tables d'expérience sur les segments d'âge [56 ans ; 90 ans] pour les hommes et [56 ans ; 92 ans] pour les femmes.

Nous appellerons respectivement « R1 – M » et « R1 – F » les tables d'expérience des populations masculine et féminine dans la suite de cette étude.

Pour pallier l'inconvénient de ne pas disposer de fonction de lissage pour les âges en dehors des segments de calcul, nous avons retenu comme hypothèse de travail dans la suite de l'étude que les coefficients de mortalité restaient identiques à ceux des tables réglementaires TPG 93 pour les âges avant 56 ans et après 90 ou 92 ans selon le sexe.

2.3 Utilisation des tables d'expérience

Nous disposons dorénavant de tables d'expérience par sexe pour un segment d'âge donné.

Nous allons maintenant chercher à mesurer les conséquences de l'utilisation de ces tables d'expérience selon différents angles.

La réglementation française impose l'utilisation de tables prospectives par génération, tables que les données étudiées ne permettent pas d'établir. Pour mesurer l'impact de l'utilisation des tables d'expérience, nous allons retenir l'hypothèse de travail suivante : en dehors du segment d'âge où s'appliquent les tables d'expérience définies, nous considérons que les coefficients de mortalité q_x des tables TPG 93 restent la référence. Cela permettra de mesurer précisément l'effet des tables d'expérience.

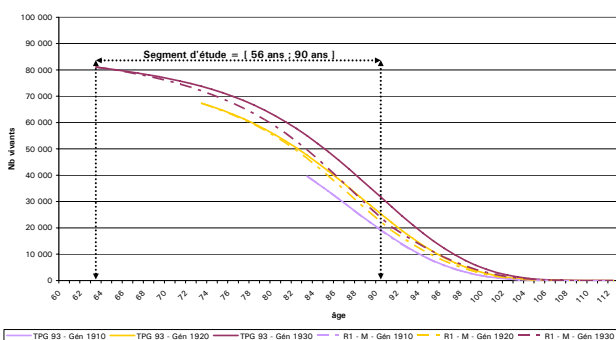
Grâce à cette approche, nous pouvons connaître les informations en dehors des segments d'âge de notre étude et, ainsi, il devient possible de réaliser une mesure d'impact.

2.3.1 Impact sur les effectifs théoriques

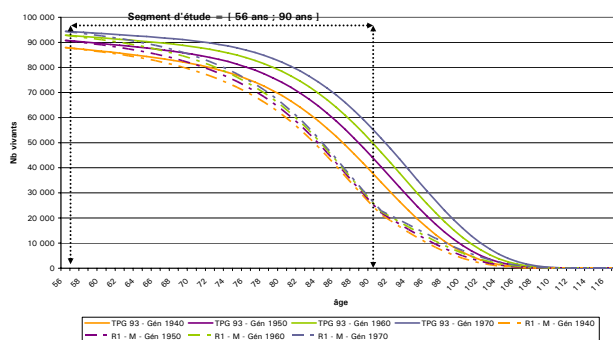
L'approche permet d'observer les impacts sur les effectifs théoriques des générations 1910, 1920, ... jusqu'à la génération 1970. Pour une meilleure lisibilité, nous faisons apparaître sur les graphiques ci-dessous le segment d'âge où s'applique les coefficients de mortalité d'expérience.

Population masculine

Effectif des vivants par âge - Comparaison TPG 93 / table d'expérience des hommes
Génération 1910 à 1930



Effectif des vivants par âge - Comparaison TPG 93 / table d'expérience des hommes
Génération 1940 à 1970

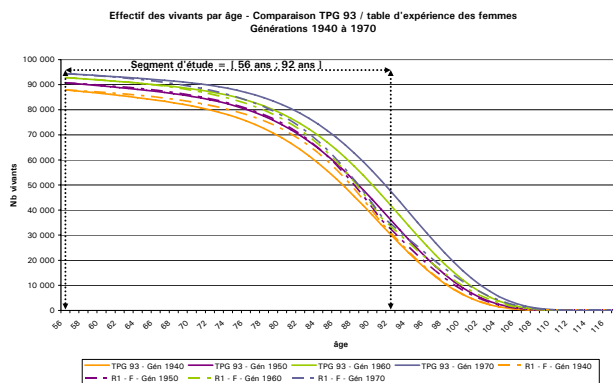
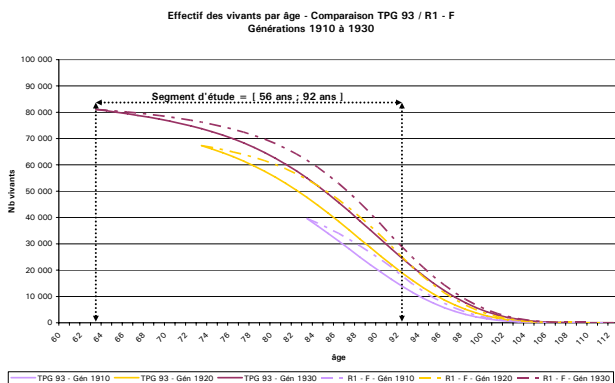


Seules les générations 1910 et 1920 sont peu différentes entre les tables TPG 93 et les tables d'expérience. Toutes les autres générations de la table d'expérience

font apparaître une nette diminution des effectifs théoriques sans, bien sûr, tenir compte du décalage de mortalité entre les générations.

L'amélioration de la mortalité estimée par les TPG 93 est plus forte sur les générations 1930 et suivantes que celle observée sur notre portefeuille (pour des générations plus âgées).

Population féminine



Pour les générations jusqu'à celles de 1950, les effectifs théoriques de la table d'expérience sont supérieurs à ceux des TPG 93.

En revanche, les générations suivantes montrent le résultat opposé.

En résumé, la table d'expérience de la population féminine est proche de la génération 1950 des tables TPG 93.

Conclusion



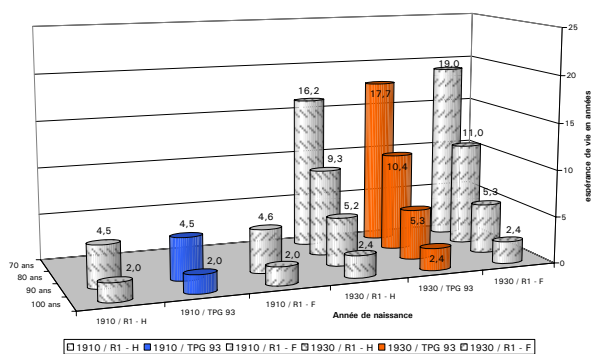
Cette approche par la reconstitution de tables d'expérience par génération à l'aide des TPG 93 permet d'observer un comportement moyen des hommes proche des génération 1910 à 1920 des TPG 93 et un comportement moyen des femmes proche de la génération 1950 des TPG 93.

2.3.2 Impact sur l'espérance de vie

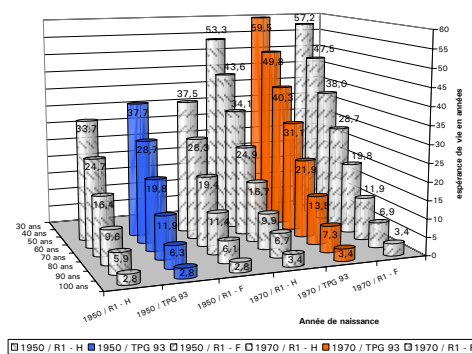
En conservant la logique de construction des tables d'expérience par génération à l'aide des TPG 93, nous pouvons calculer l'espérance de vie pour différentes générations, à différents âges, y compris ceux avant l'âge de 56 ans.

Les graphiques suivants permettent de présenter les écarts constatés entre les différentes tables :

Espérance de vie par génération - Comparaison tables TPG 93 - Tables d'expérience R1



Espérance de vie par génération - Comparaison tables TPG 93 - Tables d'expérience R1



Les calculs d'espérance de vie, en ajoutant la dimension temporelle à un âge donné, apportent un nouvel éclairage sur les conséquences financières de

l'utilisation des tables d'expérience par rapport aux TPG 93. En effet, notre objectif final étant de gérer le risque de paiement des rentes viagères, nous pouvons identifier les conséquences par génération et par âge de ces tables d'expérience.

Pour les générations les plus anciennes jusqu'en 1930, les conséquences sont peu significatives, tant pour les hommes que pour les femmes, à l'exception de l'âge 70 ans pour la génération 1930 où l'écart commence à être significatif (17,7 ans pour les TPG 93 et respectivement 16,2 ans et 17,0 pour les hommes et les femmes). C'est tout de même pour ces générations que les femmes connaissent une espérance de vie supérieure à celle des TPG 93, écart pouvant aller jusqu'à +11,5% à 80 ans pour la génération 1920.

Pour les générations suivantes et jusqu'à celle de 1970, les hommes ont une espérance de vie inférieure à celle donnée par les TPG 93, avec parfois des différences significatives pouvant aller jusqu'à -27% à 80 ans pour la génération 1970.

Pour les femmes, le constat est plus nuancé. La génération 1950 affiche des espérances de vie très proches à chaque âge. En revanche, l'écart grandit pour les générations les plus récentes et la génération 1970 affiche des espérances de vie toujours inférieures pour la table d'expérience, pouvant aller jusqu'à -12,5% à l'âge de 80 ans.



En conclusion, l'analyse des espérances de vie démontre les limites de l'utilisation des tables d'expérience par rapport aux tables prospectives : elles sont le reflet d'un comportement moyen par âge toutes générations confondues à une date donnée et n'anticipe pas les dérives de mortalité.

2.3.3 Coût d'un euro de rente temporaire

Une autre approche consiste à étudier l'utilisation de ces tables d'expérience sur un plan financier, via les calculs de coût d'un euro de rente viagère équivalent au capital constitutif de la rente viagère.

Plus exactement, pour mesurer l'impact des tables d'expérience, nous proposons de calculer le coût d'une rente d'un euro jusqu'aux termes respectifs 90 ans et 92 ans pour les hommes et les femmes. C'est en effet jusqu'à ces âges que les tables d'expérience s'appliquent. Le calcul sur une durée viagère fait intervenir les coefficients des tables TPG 93 et peut conduire à des erreurs d'interprétation.

Outre l'approche probable de paiement de la rente en fonction de l'âge d'un individu, nous introduisons une nouvelle dimension : la prise en compte d'un taux d'actualisation dans ce calcul appelé taux technique. Ce taux technique correspond à l'anticipation de produits financiers futurs réalisés sur la somme disponible tout de suite pour payer 1 euro de rente pendant toute la durée probable de vie d'un individu.

Sans tenir compte des frais de gestion inhérents au paiement de la rente, le paiement mensuel d'un euro de rente à terme échu à différents âges et à différentes générations (nous ne tenons pas compte de la date effective de calcul) conduit à l'évaluation des coûts suivants, au taux technique de 0%.

Population masculine, temporaire 90 ans

Tempo 90 ans		Année de naissance						
TPG 93		1910	1920	1930	1940	1950	1960	1970
Age en années(s)	56 ans				28,44 €	29,21 €	29,89 €	30,48 €
	60 ans				24,88 €	25,58 €	26,20 €	26,74 €
	65 ans			19,76 €	20,44 €	21,05 €	21,59 €	22,06 €
	70 ans			15,51 €	16,07 €	16,57 €	17,02 €	17,41 €
	75 ans		11,01 €	11,46 €	11,88 €	12,25 €	12,59 €	12,90 €
	80 ans		7,42 €	7,70 €	7,96 €	8,20 €	8,41 €	8,60 €
	85 ans	3,89 €	4,01 €	4,12 €	4,22 €	4,31 €	4,39 €	4,46 €
	90 ans							
Taux technique		0%						

Population R1 - M	
Ttes générations	
	26,52 €
	23,00 €
	18,69 €
	14,57 €
	10,73 €
	7,16 €
	3,88 €
Taux technique	
0%	

Avec la table d'expérience des hommes, les coûts sont identiques par construction pour chaque âge, quelle que soit l'année de naissance de l'individu.

Par âge et par génération, les écarts augmentent proportionnellement de manière importante jusqu'à l'âge de 80 ans. Ces écarts diminuent ensuite pour l'âge de 85 ans.

Population féminine, temporaire 92 ans

Tempo 92 ans		Année de naissance						
TPG 93		1910	1920	1930	1940	1950	1960	1970
Age en années(s)	56 ans				29,22 €	30,10 €	30,88 €	31,57 €
	60 ans				25,66 €	26,48 €	27,20 €	27,84 €
	65 ans			20,46 €	21,25 €	21,97 €	22,61 €	23,18 €
	70 ans			16,24 €	16,90 €	17,51 €	18,06 €	18,55 €
	75 ans		11,69 €	12,24 €	12,76 €	13,24 €	13,67 €	14,07 €
	80 ans		8,21 €	8,59 €	8,95 €	9,28 €	9,58 €	9,86 €
	85 ans	4,86 €	5,06 €	5,26 €	5,44 €	5,60 €	5,76 €	5,90 €
	90 ans	1,71 €	1,74 €	1,77 €	1,79 €	1,81 €	1,83 €	1,85 €
Taux technique		0%						

Population R1 - F	
Ttes générations	
	30,08 €
	26,37 €
	21,79 €
	17,33 €
	13,05 €
	9,03 €
	5,38 €
	1,78 €
Taux technique	
0%	

Avec la table d'expérience des femmes R1 – F, la situation est plus contrastée. Selon l'âge et la génération, les coûts peuvent être ou bien supérieurs (jusqu'à la génération 1950 environ) ou bien inférieurs (après la génération 1950).

Conclusion

Cette analyse du coût d'un euro de rente temporaire a permis d'identifier deux paramètres influents dans l'utilisation des tables d'expérience par rapport à celle stricto sensu des tables TPG 93, en vue d'améliorer la pertinence de la gestion du risque viager :



- la répartition des individus par sexe. Les tables TPG 93 étant utilisées sans distinction de sexe, la création d'une table spécifique par sexe entraîne une économie certaine des coûts, au moins pour les hommes ;
- la répartition des individus par génération. La prise en compte d'individus en moyenne plus âgés ou plus jeunes aura des répercussions importantes sur l'évaluation des coûts.

2.3.4 Impact sur le calcul des engagements viagers de retraite

Après avoir identifié les paramètres liés aux caractéristiques des individus influant sur le coût des rentes, nous allons introduire le paramètre financier intervenant dans le calcul des engagements de retraite : le taux technique.

Pour cela, nous revenons à l'évaluation des engagements liés au paiement viager de la rente. Nous allons donc calculer le coût d'un euro de rente viagère en utilisant comme référence les tables TPG 93. Le calcul de cet engagement sera

évalué avec les tables d'expérience « R1 – M » et « R1 – F » à différents taux techniques allant de 0% à 4% par pas de 1 point.

Les coûts des capitaux constitutifs de référence avec les tables TPG 93 sont donnés par le tableau de synthèse ci-dessous :

TPG 93		Taux technique				
		0%	1%	2%	3%	4%
Age en année(s)	55 ans	33,03 €	27,75 €	23,65 €	20,42 €	17,84 €
	60 ans	27,92 €	24,02 €	20,89 €	18,36 €	16,28 €
	65 ans	22,93 €	20,19 €	17,92 €	16,03 €	14,44 €
	70 ans	18,14 €	16,32 €	14,78 €	13,46 €	12,33 €
	75 ans	13,74 €	12,62 €	11,65 €	10,79 €	10,04 €
	80 ans	9,95 €	9,32 €	8,75 €	8,24 €	7,78 €
	85 ans	6,94 €	6,60 €	6,29 €	6,01 €	5,75 €
	90 ans	4,67 €	4,51 €	4,36 €	4,21 €	4,08 €

Ce tableau de référence illustre déjà la sensibilité des taux techniques dans le calcul des capitaux constitutifs.

Le même tableau des capitaux constitutifs calculés avec la table d'expérience « R1 – M » des hommes conduit aux écarts récapitulés ci-dessous :

Capitaux constitutifs						Ecart par rapport aux TPG 93							
R1 - M		Taux technique					R1 - M		Taux technique				
		0%	1%	2%	3%	4%			0%	1%	2%	3%	4%
Age en année(s)	55 ans	29,09 €	24,84 €	21,47 €	18,77 €	16,58 €	55 ans	- 11,9%	- 10,5%	- 9,2%	- 8,1%	- 7,0%	
	60 ans	24,64 €	21,48 €	18,91 €	16,79 €	15,04 €	60 ans	- 11,8%	- 10,6%	- 9,5%	- 8,5%	- 7,6%	
	65 ans	20,32 €	18,08 €	16,20 €	14,62 €	13,28 €	65 ans	- 11,4%	- 10,4%	- 9,6%	- 8,8%	- 8,0%	
	70 ans	16,24 €	14,73 €	13,44 €	12,32 €	11,35 €	70 ans	- 10,4%	- 9,7%	- 9,1%	- 8,4%	- 7,9%	
	75 ans	12,49 €	11,54 €	10,70 €	9,97 €	9,31 €	75 ans	- 9,1%	- 8,6%	- 8,2%	- 7,7%	- 7,3%	
	80 ans	9,18 €	8,62 €	8,12 €	7,67 €	7,26 €	80 ans	- 7,8%	- 7,5%	- 7,3%	- 7,0%	- 6,7%	
	85 ans	6,55 €	6,24 €	5,96 €	5,70 €	5,46 €	85 ans	- 5,5%	- 5,4%	- 5,3%	- 5,2%	- 5,1%	
	90 ans	4,62 €	4,46 €	4,31 €	4,17 €	4,03 €	90 ans	- 1,1%	- 1,1%	- 1,1%	- 1,1%	- 1,1%	

Les écarts sont tous négatifs, à savoir que le coût d'un euro de rente viagère est toujours plus faible avec la table d'expérience des hommes. L'écart négatif augmente au fur et à mesure que le taux technique diminue et que l'âge diminue.

Ainsi, à 55 ans, un euro de rente viagère coûte 3,94 € de moins avec la table d'expérience des hommes et le taux technique de 0%, soit un écart proportionnel de -11,9%. Au taux technique de 4%, l'écart absolu est de 1,26 € pour un écart proportionnel diminué à -7,0%.

Une autre approche consiste à mesurer la performance financière qu'il faudrait réaliser pour compenser les écarts constatés avec l'utilisation des deux tables.



Ainsi, l'utilisation des tables TPG 93 (plus coûteuses que la table d'expérience) oblige à produire en moyenne 1 point de rendement financier supplémentaire pour réaliser cette compensation.

R1 - M		Taux technique à appliquer pour égaler R1 - M avec les TPG 93				
		0%	1%	2%	3%	4%
Age en année(s)	55 ans	0,8%	1,7%	2,7%	3,7%	4,6%
	60 ans	0,8%	1,8%	2,8%	3,8%	4,7%
	65 ans	1,0%	1,9%	2,9%	3,9%	4,9%
	70 ans	1,1%	2,1%	3,0%	4,0%	4,9%
	75 ans	1,1%	2,1%	3,2%	4,1%	5,0%
	80 ans	1,2%	2,2%	3,2%	4,1%	5,0%
	85 ans	1,2%	2,2%	3,2%	4,1%	5,0%
	90 ans	0,9%	2,0%	3,0%	4,0%	5,0%

La même démarche réalisée avec la table d'expérience féminine conduit aux écarts suivants :

Capitaux constitutifs						Ecart par rapport aux TPG 93								
		Taux technique							R1 - F					
		0%	1%	2%	3%	4%			0%	1%	2%	3%	4%	
Age en années(s)	R1 - F	55 ans	32,88 €	27,68 €	23,62 €	20,42 €	17,86 €		55 ans	- 0,5%	- 0,3%	- 0,1%	- 0,0%	0,1%
	60 ans	28,21 €	24,27 €	21,11 €	18,55 €	16,45 €		60 ans	1,0%	1,0%	1,0%	1,0%	1,0%	
	65 ans	23,57 €	20,72 €	18,37 €	16,41 €	14,77 €		65 ans	2,8%	2,7%	2,5%	2,4%	2,3%	
	70 ans	19,08 €	17,13 €	15,48 €	14,07 €	12,85 €		70 ans	5,2%	4,9%	4,7%	4,5%	4,3%	
	75 ans	14,80 €	13,56 €	12,48 €	11,54 €	10,71 €		75 ans	7,7%	7,4%	7,2%	6,9%	6,7%	
	80 ans	10,85 €	10,13 €	9,49 €	8,92 €	8,41 €		80 ans	9,0%	8,7%	8,5%	8,3%	8,0%	
	85 ans	7,47 €	7,10 €	6,76 €	6,45 €	6,17 €		85 ans	7,7%	7,5%	7,4%	7,3%	7,2%	
	90 ans	4,76 €	4,59 €	4,43 €	4,29 €	4,15 €		90 ans	1,8%	1,8%	1,8%	1,8%	1,7%	

Cette fois, les écarts sont tous positifs ou pratiquement égaux par rapport aux tables TPG 93. Cela signifie que les capitaux constitutifs sont toujours plus élevés avec la table d'expérience féminine dès l'âge de 55 ans.

Les écarts augmentent même avec l'âge jusqu'à 90 ans, âge à partir duquel l'influence de la table d'expérience perd de son effet. L'écart le plus important se situe à l'âge de 80 ans avec une valeur de 0,89 € pour un écart proportionnel de 9% par rapport aux TPG 93.

Bien entendu, comme précédemment, les écarts diminuent en même temps que les taux techniques augmentent.

Les écarts étant positifs par rapport aux TPG 93, nous avons cherché à mesurer la performance financière à produire pour mettre à niveau les tables TPG 93 par rapport à la table d'expérience des femmes. Le tableau ci-dessous résume cette approche :

		Taux technique à appliquer pour égaler les TPG 93 avec R1 - F					
		0%	1%	2%	3%	4%	
Age en années(s)	R1 - F	55 ans	0,0%	1,0%	2,0%	3,0%	4,0%
	60 ans	0,1%	1,0%	2,1%	3,1%	4,2%	
	65 ans	0,2%	1,2%	2,2%	3,3%	4,2%	
	70 ans	0,7%	1,5%	2,5%	3,5%	4,5%	
	75 ans	0,9%	1,9%	2,9%	3,9%	4,9%	
	80 ans	1,2%	2,2%	3,2%	4,3%	4,9%	
	85 ans	1,2%	2,2%	3,7%	4,3%	5,0%	
	90 ans	0,9%	2,2%	2,5%	4,3%	5,0%	



Les résultats sont plus difficiles à interpréter dans la mesure où la performance varie de manière importante selon les âges des individus. En effet, par exemple à 55 ans, aucun supplément de rendement n'est exigé. En revanche, à 80 ans, la performance exigée va de 1% à 1,7% selon le taux technique.

3 POUR LES GRANDS AGES, UNE APPROCHE PROSPECTIVE ?

La création de tables d'expérience consiste à modéliser l'expérience acquise dans le passé sur la mortalité d'une population donnée, sur un segment d'âge donné.

Cette approche trouve ces limites pour la modélisation des grands âges (supérieurs à 90 ans). En effet, les observations sont souvent insuffisantes pour que les méthodes de lissage déjà présentées soient efficaces. Dans la partie précédente, nous avons retenu comme principe la création de tables d'expérience sur les segments d'âge pour lesquels les données sont suffisantes pour prendre en compte l'expérience observée. En dehors de ce segment d'âge, nous avons conservé l'utilisation des tables réglementaires françaises.

Une autre approche pour estimer les coefficients de mortalité des grands âges consiste à utiliser des modèles paramétriques basés sur une approche prospective d'évaluation des coefficients de mortalité.

Cette dernière partie propose d'évaluer les résultats d'une méthode prospective pour la population.

3.1 Modèle de Kannisto

A titre d'exemple, nous proposons d'examiner les résultats des travaux de Roger Thatcher, Väinö Kannisto et James W. Vaupel² (Cf. bibliographie). Cette étude a comparé les résultats de six techniques de lissage différentes : Gompertz, Weibull, Heligman & Pollard, lissage quadratique, loi logistique et un cas particulier de cette dernière proposé par Kannisto.

Les modèles ont été utilisés sur des données disponibles pour 13 pays différents, à différentes périodes d'observation et en distinguant les sexes. Les conclusions de leurs travaux sont les suivantes :

- les modèles de Gompertz, Weibull et Heligman & Pollard affichent des taux de mortalité très supérieurs à ceux observés après 100 ans ;
- le lissage quadratique donne de bons résultats, mais pose des problèmes de limite dans les projections ;
- la loi logistique et surtout la variante proposée par Kannisto est la plus efficace.

Nous proposons donc d'étudier le modèle de Kannisto pour modéliser les grands âges.

Le lissage des données de mortalité s'effectuera par l'ajustement de Kannisto, selon :

$$q_x = \frac{a e^{bx}}{1 + a e^x} \quad \text{qui s'écrit } \log it(q_x) = a + bx$$

L'estimation de a et b est obtenue par régression linéaire du $\log it(q_x)$ sur l'âge :

$$\log it(q_x) = \ln\left(\frac{q_x}{1 - q_x}\right) = a + bx + \varepsilon$$

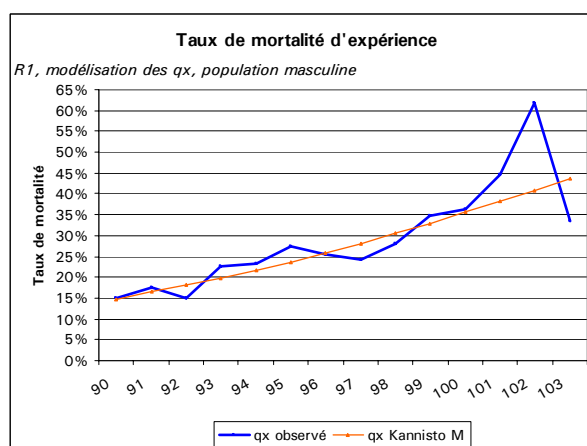
3.2 Qualification du modèle de Kannisto

Sur la base des observations des coefficients de mortalité du segment d'âge [85 ans ; 100 ans], nous avons évalué les résultats du modèle en séparant la population par sexe.

Modélisation population masculine

La modélisation des coefficients de mortalité par la méthode de Kannisto conduit aux résultats du test SMR, en comparant avec les observations jusqu'à la fin des données disponibles, soit 103 ans : 102,5%.

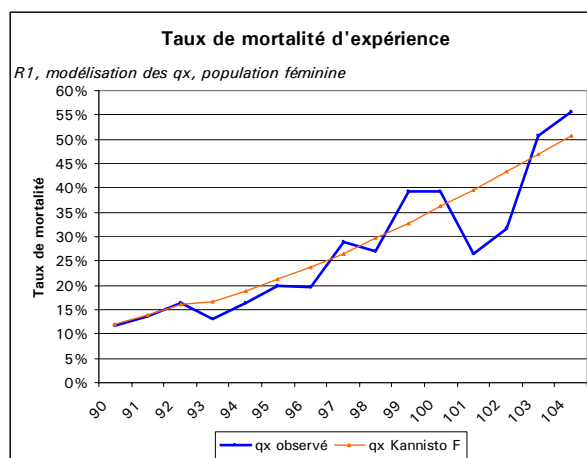
L'approche par le modèle de Kannisto donne de bons résultats avec un test SMR à 102,5%, confirmé par l'approche graphique.



² "The force of mortality at ages 80 to 120" (Odense University)

Modélisation population féminine

A partir du même raisonnement exposé pour la population masculine, la modélisation de Kannisto à partir des âges 85 à 100 ans de la population féminine conduit aux résultats suivants : 95,3%.



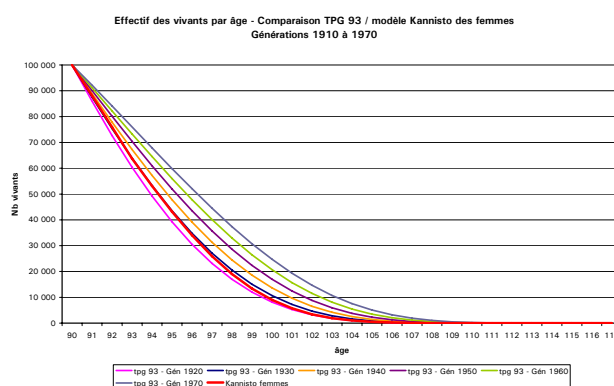
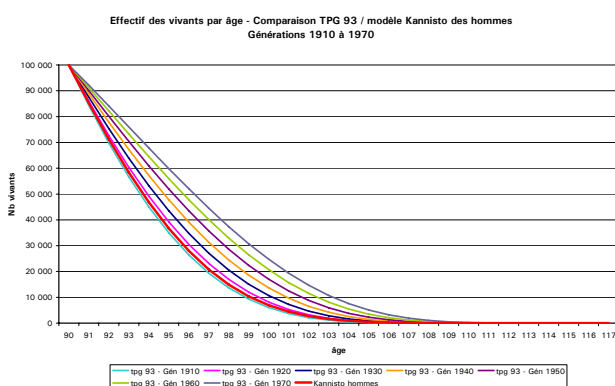
Conclusion



La modélisation des coefficients de mortalité pour les grands âges par l'approche de Kannisto intègre bien l'expérience de la population.

3.3 Impact des coefficients de mortalité sur les effectifs théoriques

Nous avons cherché à comparer les effectifs théoriques entre les tables TPG 93 et celle constituée à partir du modèle de Kannisto. En considérant un effectif théorique de 100 000 individus vivants à l'âge de 90 ans, nous cherchons à vérifier l'impact des différents coefficients de mortalité sur les effectifs par génération par rapport à l'approche de Kannisto. L'observation graphique des résultats permet, pour la population masculine, de constater que le comportement modélisé de la population est proche des générations 1910 et 1920 des TPG 93. La même démarche réalisée pour la population féminine permet de constater que la méthode de Kannisto affiche des résultats proches de la génération 1930.



Plus généralement, le modèle prospectif de Kannisto appliqué à la population confirme le comportement prévu par les tables réglementaires TPG 93 pour les grands âges : générations 1910 à 1920 pour les hommes et génération 1930 pour les femmes.

CONCLUSION

La mise en place de fonds de pension, solution originale et complémentaire aux régimes obligatoires par répartition pour répondre aux contraintes démographiques et économiques des engagements de retraite, nécessite une approche différente pour les assureurs. Le pilotage technique et financier de produits dédiés exclusivement à la retraite s'appuie nécessairement sur des horizons à très long terme avec des engagements s'étalant jusqu'à 60 à 70 ans. Pour contribuer à la meilleure allocation stratégique d'actifs, le risque de mortalité de la population couverte doit être connu le mieux possible et doit être analysé très régulièrement pour évaluer les futurs engagements.

L'analyse de la mortalité d'expérience d'une population bénéficiaire de rentes viagères au sein d'un régime supplémentaire de retraite repose avant tout sur la capacité à disposer d'un historique de données suffisant pour appréhender au mieux l'évolution du risque de mortalité. Il existe peu de régimes en France répondant à la définition de fonds de pension et disposant d'un historique d'observations suffisant pour effectuer une analyse efficiente : les données utilisées pour cette étude répondent à ces différentes contraintes.

Cette étude a donc permis d'isoler et de confirmer quelques facteurs prépondérants dans l'analyse et la gestion du risque de mortalité :

- la distinction par sexe, tout particulièrement en France où les écarts entre les espérances de vie respectives des hommes et des femmes sont parmi les plus importants constatés par rapport au reste de l'Europe. Cette distinction est un minimum indispensable dans l'évaluation des flux futurs, mais pose la question de l'équité hommes/femmes au moment de la tarification ;
- la distinction des générations permet de prendre en compte l'allongement de la durée de la vie humaine, allongement observé dans cette étude pour les hommes et les femmes.

Le principal résultat est le constat de l'allongement de l'espérance de vie plus rapide que prévu par les tables de mortalité réglementaires TPG 93, à la fois pour les hommes et les femmes. Il confirme toute l'importance de vérifier très régulièrement l'efficacité des tables de mortalité réglementaires par rapport à la population assurée pour anticiper les dérives éventuelles et prendre les mesures le plus tôt possible. La réflexion est d'ailleurs d'actualité en France puisque les Pouvoirs Publics ont décidé de vérifier la pertinence de ces tables de mortalité réglementaires en réunissant l'ensemble des acteurs professionnels du marché de l'assurance avec pour objectif de faire évoluer ces tables en cas de nécessité.

Par ailleurs, cette approche entre la position réglementaire s'appliquant à tous les acteurs du marché et l'analyse du portefeuille d'assurés de chaque acteur du marché est au cœur du débat sur l'évolution de la réglementation européenne autour de Solvency II. Son objectif louable de donner des règles communes d'approche et de présentation des risques gérés par les entreprises d'assurance doit se traduire par la mise en place de modèles internes pour prendre en compte les caractéristiques propres à chaque entreprise.

A l'occasion de ces réflexions mêlant l'évaluation des risques de court terme et ceux de long terme (et les éventuelles corrélations), de nouveaux outils de pilotage sont à construire, basés sur des modèles stochastiques permettant d'évaluer de très grands nombres de scénarii. Des modèles stochastiques existent déjà pour l'évaluation des rendements futurs de portefeuille d'actifs, mais ce type de modèle n'a pas encore été développé sur les engagements de passif des fonds de pension, notamment sur le risque de mortalité.

Gageons que les spécificités propres aux fonds de pension et à leurs engagements à très long terme seront bien prises en compte dans les réflexions sur Solvency II pour que cette solution

dédiée à la retraite reste suffisamment attractive à la fois pour les bénéficiaires et pour les entreprises gérant ces fonds de pension. Le débat doit réunir l'ensemble des acteurs concernés en Europe pour que cette nouvelle réglementation apporte la sécurité indispensable à la crédibilité des fonds de pension pour les bénéficiaires, tout en permettant une approche originale à chaque acteur du marché et mobilisant les capitaux juste indispensables à cette activité. Les prochains mois devraient permettre d'apporter les réponses concrètes à l'ensemble de ces questions.

BIBLIOGRAPHIE

Livres

PETAUTON Pierre, Théorie et pratique de l'assurance vie, Dunod, 3^{ème} édition, 2004

Articles

L'inégalité sociale devant la mort, Données sociales – La société française, INSEE, 1993

BELHOMME Christophe, LOAEC Gaël, Gestion actif/passif d'un fonds de retraite par capitalisation en points, Bulletin français d'actuariat, volume 5, n°9, pages 1 à 27, juin-décembre 2001 – juin 2002

CHASSELOUP de CHATILLON Pauline, DUREU Sophie, Des fonds de pension à la Française existent déjà, Bulletin français d'actuariat, volume 5, n°9, pages 175 à 198, juin-décembre 2001 – juin 2002

PARANT Alain, Longévité et retraite, Population et sociétés, bulletin de l'INED, N° 310, pages 1 à 4, 1996

GAUDEMET Jean-Philippe, Les dispositifs d'acquisition à titre facultatif d'annuités viagères en vue de la retraite : une diffusion limitée, Economie et statistique, N° 348, pages 81 à 106, 2001

Etudes

BOULANGER François, Séminaire : perspectives démographiques, économiques et financières 2003 – 2030, 2003

QUASHIE Ali, DENUIT Michel, Modèles d'extrapolation de la mortalité aux grands âges, Institut des sciences actuarielles et institut de statistiques, Université Catholique de Louvain, Belgique, 2005

BOMMIER Antoine, MAGNAC Thierry, RAPOPORT Benoît, ROGER Muriel, Droits à la retraite et mortalité différentielle, 2004

KOMLOS John, ARTZROUNI Marc, Un modèle démo-économique de la révolution industrielle, Université de Munich, Allemagne, 2003

LAMBRECHT M., PAUL J.-M., Quotient de mortalité prospectifs, Bureau Fédéral du Plan, Belgique, 2004

Mémoires

CNAM - TERRIER Sophie, Les rentes viagères : mortalité d'expérience et réassurance, 2001

ISUP – PHILIPPE J., Analyse du risque technique sur un portefeuille de rentiers. Application à la gestion et à la tarification des rentes viagères, 1988

ENSAE – AT Arnaud / FORTIN Aurélien / GOSSELIN Céline / LENOIR Marc, Création de tables de mortalité prospectives en France, 2004 – 2005