# El seguro de vida como variable aleatoria. Cómo calcular su función de distribución.

Nieto Ranero, Armando
University of Valencia, Spain
Dto. Matemáticas Económico Empresarial, Edificio Departamental Oriental, Av. Taronger, Valencia
Tel.: 0034+ 963828369, fax: 0034+ 963828370
armando.nieto@uv.es

**ABSTRACT**

La matemática actuarial vida se formula basándose en el principio de equivalencia actuarial, consistente en igualar los flujos de caja posibles a lo largo de la vida del seguro, ponderados por la probabilidad de ocurrencia. Sin embargo, los flujos de caja son hechos inciertos y por tanto, el valor actual neto no es un número sino una variable aleatoria. La equivalencia actuarial es, en consecuencia, una elección estadística de las infinitas posibles, y corresponde al valor medio nulo del VAN. El método estadístico de cálculo para el seguro de VIDA no solo proporciona toda la información estadística, principalmente media y varianza, ésta última de vital importancia para estudiar la verdadera estabilidad o solvencia de la cartera, sino que representa un método mucho más poderoso que los habituales empleados en la técnica actuarial, fundamentalmente por su claridad y sencillez, lo que nos permite diseñar todo tipo de seguros de vida sin la menor dificultad.

**Keywords**: seguro de vida, provisión matemática, probabilidad, función de distribución, solvencia, value at risk, VAT, valor actual neto, VAN.

## *1 INTRODUCCION*

Los distintos seguros de vida se basan en dos estructuras necesariamente definidas, las tablas estadísticas de salida del colectivo y la estructura temporal de los tipos de interés. Las tablas de mortalidad nos definen edad por edad y para cada sexo la probabilidad de fallecer. Por regla general, esta tabla nos da la probabilidad de salir del censo objeto del seguro, y es habitual encontrarse con tablas ampliadas a otras causas de salida, tales como la invalidez. A lo largo del presente artículo nos referiremos a las tablas de mortalidad ya que en la práctica son los seguros más comunes, es decir, tablas de una única salida del colectivo. La estructura temporal de los tipos de interés nos define el valor del tipo de interés durante cada momento de la vida del producto de seguro. Generalmente se utiliza una estructura temporal plana, esto es, un único tipo de interés por sencillez, aunque es sobradamente conocido que los mercados financieros negocian tipos distintos en función del plazo.

El presente artículo primero tratará las técnicas habitualmente empleadas por la matemática actuarial, que consisten en la utilización de los símbolos de conmutación y la ponderación por probabilidades de los flujos. Ésta última se desarrollará con detalle ya que supone la base para desarrollar una técnica más ajustada a la realidad del seguro y a las necesidades técnicas que el programa de Solvencia nos exige. Esta nueva técnica, o más bien, poco empleada, es el objetivo del presente artículo.

## *2 MÉTODOS DE CÁLCULO TRADICIONAL*

### 2.1 Símbolos de conmutación

Este método requiere necesariamente que el tipo de interés sea único a lo largo de todo el producto. Consiste en la generación de unos cálculos en los que intervienen los valores de las tablas de mortalidad y el tipo de interés, para su posterior tabulación. Dichos cálculos nos permiten expresar una gran cantidad de los seguros de vida como combinación de los mismos. A estos cálculos se les conoce con el nombre de símbolos de conmutación. La ventaja de este método es llegar a expresiones compactas con los símbolos de manera que el cálculo se realice de forma inmediata.

Algunos de los símbolos más frecuentes son:

$$p_x,\ {}_tq_x,\ D_x,\ N_x,\ M_x \ldots$$

que por conocimiento de todos los actuarios no entramos en definir.

Un inconveniente de este método es que, una vez formulado el seguro en estos términos, la interpretación del mismo no suele resultar trivial; para ello hay que repasar las bases del seguro para poder entender con garantías el funcionamiento del mismo. Otro inconveniente es que limita la complejidad que pudiera tener el seguro, de manera que podemos quedarnos ciertamente estancados en nuestros planteamientos comerciales por limitaciones de tipo actuarial. Ejemplo de las limitaciones es que es habitual utilizar los símbolos con cálculo anual, cuando la realidad es que en el mercado existe un sinfín de seguros de corte mensual o cuando menos, no anual. La otra gran limitación es que requiere de una curva de tipos de interés plana, y como hemos comentado, el mercado no suele comportarse de esa forma.

## 2.2 Probabilidades de muerte y supervivencia

Los símbolos de conmutación han sido muy útiles en un momento del tiempo en el que el cálculo de series largas era realmente tedioso. Así, para calcular un seguro de cierta duración se recurría a expresar los sumandos de forma tal que se pudieran agrupar en valores susceptibles de ser tabulados. Hoy en día ya no es necesario utilizar tales tablas, al menos no lo es en la misma medida que antes y podemos formular el seguro directamente desde la estructura de flujos de caja. El seguro se convierte de esta manera en una suma de valores garantizados ponderados por las probabilidades de ocurrencia (supervivencia o fallecimiento) y actualizados al tipo de interés de la operación. La flexibilidad que nos otorga este método es mayor: en primer lugar rompemos la restricción de un único tipo de interés en la operación y podemos formular hipótesis mucho más realistas al respecto; en segundo lugar, la estructura de flujos de caja (pagos y cobros) puede ser mucho más variada, en realidad, puede ser todo lo variada que deseemos. La ventaja del método de los símbolos de conmutación respecto este es la menor necesidad de realizar numerosas operaciones aritméticas, pero gracias al estado actual de la tecnología la realización de muchas operaciones aritméticas significa pocas décimas de segundo (o ni siquiera eso). Por esta razón ya una gran parte de los actuarios se han decantado por este estilo de trabajo.

En este esquema, existen dos tipos de flujos de caja. Por un lado tenemos los flujos de caja que se dan siempre que el individuo esté vivo, y por otro los de fallecimiento, que se manifiestan en el momento de la muerte o salida del individuo. Este método permite formalizar el valor actual neto de una operación actuarial VIDA, tal y como se demuestra a continuación:

### 2.2.1 Flujos de caja de supervivencia

Este tipo de flujos se cuenta mientras el individuo sigue vivo o permanece en cartera. Este hecho es un hecho mesurable en un intervalo de tiempo, no se da en un momento puntual (un individuo vive desde un momento hasta otro, en ningún caso vive un instante). En consecuencia, los flujos de caja los debemos recoger analíticamente en el intervalo de tiempo $\left[t, t+dt\right]$. Definimos $s(t)$ como la función de flujos de caja asociados a la supervivencia del individuo. Esta función es el valor neto de los flujos de caja en el instante t. Dicho así, para sumar nominalmente los flujos de caja asociados a la supervivencia, hemos de calcular la integral

$$\int_a^b s(t)dt$$

Evidentemente, este valor no representa ninguna magnitud financiera, salvo en el caso de tipos de interés nulos.

En general, la función $s(t)$ pueden ser considerada continua, y en caso de no serlo (en la práctica es obvio que no lo es ya que nadie paga cantidades infinitesimales a cada instante de tiempo) podemos acogernos a los formalismos de Dirac $\delta(x)$ y Heaviside $\theta(x)$ para transformar funciones continuas en funciones discretas. Por ejemplo, una función de pagos constante podría expresarse así:

$$s(t) = \sum_{i=0}^{+\infty} P \cdot \delta(t-i)$$

Lo que quiere decir que en cada ejercicio pagamos P unidades monetarias. Gracias a este formalismo podemos mantener el desarrollo sin salirnos del esquema de continuidad.

### 2.2.2 Flujos de caja de fallecimiento

Un individuo fallece o sale de la cartera en un momento concreto. Por tanto, podemos definir los flujos de caja asociados a la salida como $f(t)$, donde esta función es el valor neto de los flujos de caja en el instante t; habitualmente, es el valor indemnizatorio que la compañía de seguros otorga por fallecimiento. En este caso, no tiene sentido plantearse la anterior integral ya que este tipo de flujos de caja es excluyente consigo mismo, si se fallece en un momento t no se puede fallecer en otro momento t’, y por tanto carece de sentido la suma de ambos valores.

### 2.2.3 Curva de Tipos de Interés

Sea $i(t)$ la función que me da el tipo forward instantáneo en el instante t. Esta función representa la estructura temporal instantánea de los tipos de interés. Al mismo tiempo, en este apartado hemos de definir la ley financiera que usaremos. En los métodos tradicionales se utiliza siempre el tipo de interés de capitalización compuesta (aunque no es la única elección que podemos hacer, como veremos posteriormente). Si nosotros tenemos un capital en el momento t, con la ley de capitalización compuesta, hemos de realizar la siguiente operación para calcular dicho capital en otro momento del tiempo:

$$C_{t_1} = C_{t_2} \cdot e^{-\int_{t_2}^{t_1} i(t)dt}$$

### 2.2.4 Tabla de Mortalidad

Este es el punto diferenciador entre la matemática financiera determinista y la matemática actuarial. Los individuos se van “desintegrando” con el paso del tiempo, y este hecho es el que genera el concepto de seguro. Definimos $L(t)$ como la tabla de mortalidad de un individuo. Supondremos sin pérdida de generalidad que $L(t)$ está normalizada, esto es, $L(0)=1$. Podemos interpretar esta función normalizada como el porcentaje de individuo que todavía no se ha desintegrado. Es obvio que esta función de "desintegración" o de salida ha de cumplir las dos condiciones siguientes:

$$\frac{dL}{dt} < 0$$
$$\lim_{t \to +\infty} L(t) = 0$$

Mediante esta función podemos obtener las dos probabilidades que nos hacen falta:

- $p(t) = L(t)$ es la probabilidad de estar vivo en el momento t
- $dq(t) = -dL(t)$ es la probabilidad de morir en el intervalo $\left[t, t+dt\right]$

### 2.2.5 El Principio de Equivalencia Actuarial

Como es sabido, el concepto fundamental en matemática financiera es el valor actual neto, que representa el valor financiero de la operación. Este mismo concepto se aplica en la matemática actuarial, teniendo en cuenta que los flujos de caja son inciertos y hay que ponderarlos por su probabilidad de ocurrencia.

Para los flujos de caja de supervivencia, tenemos $s(t)dt$ en el momento t, y por tanto, el valor en el origen temporal es

$$dV_s = s(t)e^{-\int_0^t i(\tau)d\tau}dt \qquad (1.1)$$

Procediendo de manera análoga para los flujos de caja de fallecimiento tenemos que

$$V_f = f(t)e^{-\int_0^t i(\tau)d\tau} \qquad (1.2)$$

El valor actual neto proveniente de los flujos de caja de supervivencia es la suma de los infinitos valores representados por (1.1) y multiplicados por su probabilidad:

$$V_s = \int_0^{+\infty} s(t)L(t)e^{-\int_0^t i(\tau)d\tau}dt \qquad (1.3)$$

Similarmente, el valor actual neto proveniente de los flujos de caja de fallecimiento es la suma de los infinitos valores representados por (1.2) multiplicados por su probabilidad:

$$V_f = -\int_0^{+\infty} f(t)e^{-\int_0^t i(\tau)d\tau}\frac{dL(t)}{dt}dt \qquad (1.4)$$

Finalmente, si sumamos los valores (1.3) y (1.4) tenemos la expresión general de los seguros de VIDA para la ley de capitalización compuesta y una causa de salida.

$$\boxed{VAN = \int_0^{+\infty} \left( s(t)L(t) - f(t)\frac{dL(t)}{dt} \right) e^{-\int_0^t i(\tau)d\tau} dt} \qquad (1.5)$$

Esta es la expresión general del seguro de VIDA para una cabeza, una única causa de salida y ley de capitalización compuesta. Análogamente al caso financiero, el principio de equivalencia actuarial se corresponde con la expresión $VAN = 0$.

## *3 MÉTODO DE LA VARIABLE ALEATORIA*

### 3.1 Función de distribución

La única diferencia entre la matemática financiera y la actuarial es la aparición de incertidumbre en los flujos de caja. En concreto, en la matemática actuarial VIDA esta incertidumbre viene dada por la tabla de mortalidad. En este caso, cuando un individuo fallece o sale del colectivo genera una operación financiera que es valorable sin incertidumbre pues ya suponemos certeza en su salida (ha muerto). Por tanto, cuando el individuo fallece tenemos un valor actual neto, y lógicamente, este valor actual neto se produce con la probabilidad de fallecimiento del sujeto. Por tanto, llegamos a la conclusión de que el VAN actuarial no es un valor, sino una variable aleatoria.

Supongamos que el individuo sobrevive hasta el momento t. Para valorar la operación en el inicio hemos de sumar todos los flujos de caja, por un lado los relativos al intervalo en el que el individuo ha sobrevivido (véase (1.1)),

$$V_s = \int_0^t s(t) e^{-\int_0^t i(\tau)d\tau} dt$$

y por otro, al flujo de caja que se genera por el simple hecho de morir (véase (1.2)):

$$V_f = f(t) e^{-\int_0^t i(\tau)d\tau}$$

La suma de ambos valores nos da el VAN, que a diferencia de la expresión (1.5) en esta ocasión no existe incertidumbre (no se pondera por las probabilidades generadas por la tabla de mortalidad):

$$VAN_t = \int_0^t s(t) e^{-\int_0^t i(\tau)d\tau} dt + f(t) e^{-\int_0^t i(\tau)d\tau} \qquad (1.6)$$

Como ya hemos comentado, este valor es de una operación finalizada (fallecimiento del asegurado) y esto se da con una probabilidad determinada por la siguiente expresión:

$$P(\,fallecer\ \ entre\ t\ \ y\ \ t+dt)=-dL(t) \tag{1.7}$$

Y por tanto, el par de valores (1.6) (1.7) constituyen la función de distribución de probabilidad del VAN.

Habitualmente trabajamos con la función de densidad, que en este caso es una función del valor actual neto. Para poder derivar dicha función necesitamos considerar lo siguiente:

$$P(\,fallecer\ \ en\ t,t+dt)=-dL=-\frac{dL}{dt}\frac{dt}{dVAN}dVAN=\,f(VAN)dVAN \tag{1.8}$$

La expresión (1.6) la podemos expresar como sigue:

$$\frac{d}{dt}VAN=s(t)e^{-\int_0^t i(\tau)d\tau}+\frac{d}{dt}\left(\,f(t)e^{-\int_0^t i(\tau)d\tau}\right) \tag{1.9}$$

Y sustituyendo esta expresión en la definición (1.8) de $f(VAN)$ tenemos la función de densidad:

$$\boxed{f(VAN)=-\frac{dL}{dt}\frac{1}{s(t)e^{-\int_0^t i(\tau)d\tau}+\dfrac{d}{dt}\left(\,f(t)e^{-\int_0^t i(\tau)d\tau}\right)}} \tag{1.10}$$

Aunque esta expresión puede resultar interesante desde un punto de vista teórico, resulta mucho más práctico trabajar con la forma descrita por las funciones (1.6) y (1.7), es decir, con una colección de pares de números, valor actual neto y probabilidad del mismo, de forma que tenemos, aunque en forma tabulada, la función de distribución.

## 2.2 Valor Medio – Principio de Equivalencia Actuarial

Es habitual que, dada una función de distribución de una variable aleatoria deseemos calcular en primer lugar el valor medio. Para ello hemos de sumar todos los posibles valores de la variable aleatoria por la probabilidad correspondiente. En nuestro caso, nos encontramos con la siguiente expresión:

$$\overline{VAN}=-\int_0^{+\infty}VAN_t\,dL(t) \tag{1.11}$$

Antes de sustituir $VAN_t$ por su expresión (1.6), es conveniente utilizar la integración por partes en (1.11):

$$\begin{aligned}\overline{VAN(0)} &= -VAN_t L(t)\Big|_0^{+\infty} + \int_0^{+\infty} L(t)\frac{d}{dt}VAN_t dL \\ &= -VAN_{+\infty}L(+\infty) + VAN_0 L(0) + \int_0^{+\infty} L(t)\frac{d}{dt}VAN_t dL \\ &= f(0) + \int_0^{+\infty} L(t)\frac{d}{dt}VAN_t dL\end{aligned}$$

Sustituimos (1.9) en este último resultado:

$$\begin{aligned}\overline{VAN} &= f(0) + \int_0^{+\infty} L(t)s(t)e^{-\int_0^t i(\tau)d\tau}dt + \int_0^{+\infty} L(t)\frac{d}{dt}\left( f(t)e^{-\int_0^t i(\tau)d\tau} \right)dt \\ &= f(0) + \int_0^{+\infty} L(t)s(t)e^{-\int_0^t i(\tau)d\tau} + \int_0^{+\infty} L(t)d\left( f(t)e^{-\int_0^t i(\tau)d\tau} \right)\end{aligned}$$

El segundo sumando puede ser integrado por partes:

$$\begin{aligned}\overline{VAN} &= f(0) + \int_0^{+\infty} L(t)s(t)e^{-\int_0^t i(\tau)d\tau}dt + \left| L(t)f(t)e^{-\int_0^t i(\tau)d\tau} \right|_0^{+\infty} - \int_0^{+\infty} f(t)e^{-\int_0^t i(\tau)d\tau}\frac{d}{dt}L(t)dt = \\ &= f(0) + \int_0^{+\infty} L(t)s(t)e^{-\int_0^t i(\tau)d\tau}dt + L(+\infty)f(+\infty)e^{-\int_0^{+\infty} i(\tau)d\tau} \\ &\quad -L(0)f(0)e^{-\int_0^0 i(\tau)d\tau} - \int_0^{+\infty} f(t)e^{-\int_0^t i(\tau)d\tau}\frac{d}{dt}L(t)dt \\ &= \int_0^{+\infty}\left( L(t)s(t) - f(t)\frac{d}{dt}L(t) \right)e^{-\int_0^t i(\tau)d\tau}dt\end{aligned}$$

Y como cabía esperar, el valor actual neto actuarial clásico es el valor medio de la variable aleatoria valor actual neto.

Procediendo de forma similar podemos encontrar una expresión de la varianza, aunque no es la expresión lo que realmente nos debe importar, sino el método de obtención. Con este sistema reproducimos de forma natural los valores de provisión matemática que calculamos con los métodos clásicos, pero en el camino nos encontramos con más información, no solo estamos en disposición de obtener el valor medio, sino la desviación típica y cualquier otro valor estadístico que pudiera ser relevante. Paradójicamente este método es incluso más sencillo que los anteriores ya que nuestro conocimiento de la matemática actuarial no debe llegar más allá de lo que es una tabla de mortalidad, cómo se calcula una probabilidad de muerte, y cómo se mueve el capital en el tiempo (ley financiera). El aprendizaje de estos conceptos es casi inmediato, no necesitamos comprender tediosos símbolos, una notación realmente confusa ni siquiera saber ponderar los flujos de caja por sus probabilidades de ocurrencia. Además, al ser un esquema tan sencillo, nos permite diseñar seguros tan complejos como queramos tanto en su estructura de pagos y cobros como en tipos de interés. En definitiva, hemos de considerarlo el método óptimo.

Como se puede apreciar, la teoría actuarial vida se reduce con este enfoque a una serie de simples operaciones financieras deterministas puras y a una expresión probabilística trivial (1.7) que es donde se concentra el concepto actuarial. Podemos con sencillez variar las tablas o ampliarlas a otros modelos con más de un factor de salida, y para ello no es necesario alterar ni reformular la estructura financiera (esto se corresponde habitualmente con el estudio de cancelaciones anticipadas o rotación). Basta con definir una colección de funciones $f_i(t)$ de flujos de caja asociados a la salida (invalidez, muerte, cancelación voluntaria, cancelación por despido, etc…) y conocer todas las probabilidades de salida.

Una vez revisados nuestros principios, comprendemos que la llamada equivalencia actuarial es una convención. Un producto está equilibrado actuarialmente (en sentido clásico) si $VAN = 0$. Viéndolo a través del enfoque estadístico, podríamos reformular el equilibrio actuarial de la siguiente forma:

*Un producto VIDA está equilibrado actuarialmente si su probabilidad de ruina es del 50%.*

Dicho así parece completamente inaceptable, bajo el emergente enfoque de Solvencia, que podamos tarificar o provisionar aceptando un 50% de probabilidad de ruina de la cartera. Los seguros NO VIDA son dotados con un margen de seguridad fundamentado éste en la teoría de la ruina. En los seguros de vida no debería existir tal diferencia.

Por último, si asumimos la necesidad de aplicar la teoría de la ruina al seguro VIDA no resulta aceptable la utilización de tablas de mortalidad recargadas para la supervivencia o para la mortalidad. La mayor parte de los seguros tienen un componente de supervivencia y otro de mortalidad, en estos casos determinamos el componente predominante y utilizamos la tabla recargada en ese sentido. Generalmente desconocemos cómo se ha realizado el recargo y por tanto somos incapaces de predecir el verdadero resultado, incluso de las tablas públicas de las que conocemos el origen de su recargo, éste nada tiene que ver con el tamaño de la cartera ni con la desviación inherente al producto objeto de estudio. Por tanto, sería recomendable adoptar estas técnicas de cálculo y utilizar los modelos biométricos lo más precisos posible.

## *CASO PRÁCTICO: LA RENTA VITALICIA*

En el mundo financiero real es difícil encontrarse con funciones de pago o cobro continuas en el tiempo, por tanto consideramos interesante ilustrar el método expuesto en un caso real, con variables discretas, de forma que se pueda valorar la sencillez de la metodología y su potencia.

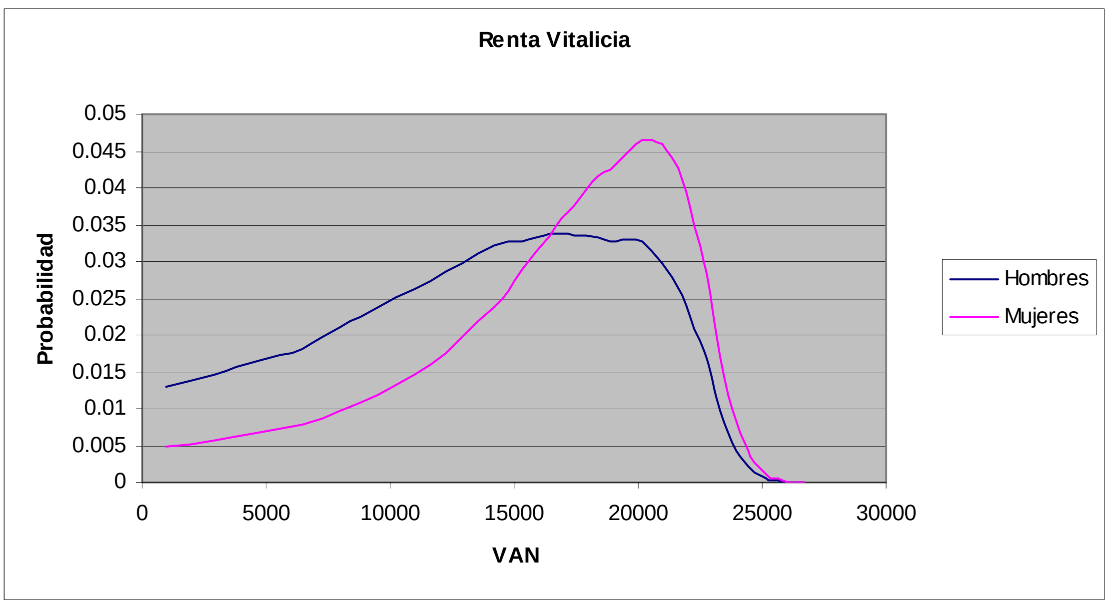
Como ejemplo desarrollaremos el caso de una renta anual prepagable y vitalicia. El método consiste en escribir todos los VAN de todos los momentos donde el individuo sale del colectivo (en este caso el motivo es el fallecimiento) y asociarle la probabilidad de salida. Por tanto, podemos formular el siguiente cuadro:

| | | |
|---|---|---|
| $t=1$ | $VAN=1$ | $P=\dfrac{L_x-L_{x+1}}{L_x}$ |
| $t=2$ | $VAN=1+\left(1+i\right)^{-1}$ | $P=\dfrac{L_{x+1}-L_{x+2}}{L_x}$ |
| $t=3$ | $VAN=1+\left(1+i\right)^{-1}+\left(1+i\right)^{-2}$ | $P=\dfrac{L_{x+2}-L_{x+3}}{L_x}$ |
| $t=n$ | $VAN=\sum_{j=0}^{j=n-1}(1+i)^{-j}$ | $P=\dfrac{L_{x+n-1}-L_{x+n}}{L_x}$ |

La primera columna marca el año en el que muere, la segunda nos da el valor actual neto en caso de que fallezca en ese año, la tercera nos da la probabilidad de fallecer. El desarrollo del cuadro ha de hacerse hasta agotar la tabla de mortalidad.

Supondremos los casos de un hombre y una mujer de 65 años y utilizaremos la tabla PERMF2000 para la generación 1935. 1000€ de renta anual, y un tipo de interés del 3%. Los resultados obtenidos tanto para hombre como para mujer son los siguientes:

| | Hombre | Mujer |
|---|---|---|
| Media | 15,167.91€ | 17,601.96€ |
| Desviación Típica | 5,744.34€ (38%) | 4,818.14€ (27%) |




Viendo los resultados vemos claramente que la estabilidad de un producto tan típico con es la renta vitalicia es muy discutible. Aunque siempre confiamos en el tamaño de la cartera para que la varianza sea baja, este cálculo nos facilita la posibilidad de obtener el volumen mínimo real que debe tener la cartera de pólizas para que su desviación típica esté dentro de los límites razonables (la razonabilidad de una desviación típica dependerá de los criterios o necesidades de la empresa o de la legislación). Además este método nos da un criterio riguroso sobre los recargos a aplicar en la tarifa para soportar desviaciones a la siniestralidad (no en el sentido de volatilidad de la propia tabla de mortalidad, sino de la desviación sobre el valor medio) lo que está en plena sintonía con los criterios de solvencia y la teoría value at risk (VAR).

## *CONCLUSIONES*

Los métodos tradicionales han sido muy útiles a lo largo de la historia de la ciencia actuarial ya que nos han facilitado prácticamente todos los valores necesarios para el cálculo de cualquier seguro común. Sin embargo, las necesidades actuales, tanto por el lado de la solvencia como por el de la variedad y flexibilidad del mercado de seguros, nos obligan a dar un paso más. Antes de la llegada de los ordenadores los logaritmos se calculaban con las viejas reglas de cálculo y antes de éstas, con tablas; sin embargo, a nadie se le ocurre hoy en día recurrir a estos métodos. La técnica actuarial VIDA está en la misma situación, podemos evolucionar y recurrir al método estadístico o seguir utilizando los símbolos clásicos. Las ventajas del método estadístico son claras: obtenemos toda la información sobre el comportamiento de la variable aleatoria VAN o provisión matemática (habitualmente nos bastará con la media y la varianza gracias al teorema central del límite); el planteamiento del seguro es tremendamente sencillo ya que siempre se repite el mismo esquema; podemos utilizar cualquier ley financiera, cualquier estructura de tipos de interés, y podemos trasladar los cálculos al ámbito computacional con un claro menor riesgo de error.

## *BIBLIOGRAFÍA*

Villalón, J.G., Operaciones de seguros clásicas y Modernas, 1997, ed. Pirámide.
Gil Fana, J. A., Heras Martínez, A., Vilar Zanón J. L, Matemática de los Seguros de Vida, 1999. Ed. MAPFRE.
Ayuso. M, Corrales, H., Guillén, M. Estadística Actuarial Vida, 2001, Ed. Universitat de Barcelona.
López Cachero. M., de la Manzanara Barbero, J.L., Estadística para actuarios, 1996. Ed. MAPFRE.

Autor, titulo del artículo, título del libro, fecha publicación, volumen o edicion